

CAPITOLUL 3

CONECTIVITATE ȘI INTERDEPENDENȚĂ ÎN SISTEMELE ADAPTIVE COMPLEXE

O primă caracteristică importantă a CAS se referă la conectivitatea și interacțiunea elementelor sale, dar și a întregului sistem cu celelalte elemente precum și cu alte sisteme din mediul înconjurător. CAS constau dintr-un număr mare de elemente distincte capabile să interacționeze unul cu altul și cu mediul înconjurător (deci cu alte sisteme adaptive complexe), ceea ce face ca sistemul să devină organizat fără să fie aplicat vreun principiu de organizare extern. Drept urmare, descompunerea sistemului și studierea părților sale componente izolat una de celelalte nu poate să contribuie în nici un fel la înțelegerea modului în care acesta funcționează.

În Encyclopedia Britannica se arată că “Ceea ce face un sistem să fie sistem și nu o simplă colecție de elemente sunt **conexiunile și interacțiunile** dintre componentele sale, ca și efectul pe care aceste legături îl are asupra comportamentului său. De exemplu, relațiile de dependență dintre capital și muncă fac o economie; fiecare componentă luată separat nu ar fi suficientă”.

O privire mai atentă asupra structurii CAS relevă câteva caracteristici proeminente ale acestora în ceea ce privește proprietățile de mai sus. Astfel, CAS: (a) conțin un mare număr de elemente interdependente (de exemplu molecule, neuroni, indivizi, piețe, organizații sociale etc.); (b) interacțiunile dintre aceste elemente sunt aleatoare; și (c) topologia interacțiunilor este distribuită. Prima caracteristică se referă la faptul că un sistem poate fi analizat la nivel microscopic, mesoscopic sau macroscopic, putând extinde dimensiunile sale până la infinit. Faptul că, în raport cu necesitățile analizei, ne oprim la un anumit nivel nu

epuizează nici pe departe informațiile și cunoștințele pe care le putem obține referitor la același sistem dar abordat la un alt nivel. Din această cauză, studierea CAS constituie o sursă inepuizabilă de cunoaștere a lumii reale. Caracterul aleator al interdependențelor dintre elemente presupune că, la un moment de timp dat, între două sau mai multe elemente, conexiunile se pot forma cu o anumită probabilitate condiționată de factori extrem de diferiți, ceea ce introduce o imensă varietate a tipurilor de conexiuni posibile între elemente. În sfârșit, distribuirea interacțiunilor indică faptul că un CAS nu este omogen în ceea ce privește structura interacțiunilor precum și distribuirea lor spațială. Această distribuire se poate referi pentru unele sisteme doar la un spațiu restrâns (nișă) în care acesta poate să apară și să existe (anumite specii de plante și animale, firme specializate în extracția unor zăcămintele etc.), dar pentru alte sisteme distribuția poate merge până la întreaga suprafață a globului pământesc (companiile transnaționale, piețele globale etc.).

Oamenii de știință atrag tot mai frecvent atenția că ne aflăm într-o perioadă în care are loc o transformare profundă a întregii vieți economice și sociale, transformare în care rețeaua devine o formă esențială de organizare în toate domeniile. F. Capra arată că „Funcțiile sociale dominante sunt organizate în tot mai mare măsură în jurul rețelelor, iar participarea la aceste rețele este o sursă esențială de putere.” (F. Capra, op. cit., pag. 214). Unii cercetători merg chiar mai departe afirmând, cum o face Castells într-o analiză sociologică profundă a Erei Informației, că asistăm la dispariția statului-națiune, care este înlocuit cu „statul-rețea” ai cărui cetățeni sunt interdependenți. Într-un astfel de stat, luarea deciziilor politice majore trebuie să țină seama de efectele pe care acestea le-ar exercita aceste decizii asupra tuturor membrilor societății, fiindcă aceștia vor afecta cu necesitate întreaga rețea.

3.1 Ce sunt rețelele complexe?

O rețea reprezintă o mulțime de noduri sau vârfuri care sunt conectate între ele prin arce. Sistemele sub formă de rețea sunt extrem de frecvente în natură, tehnică, economie sau societate. Exemple de astfel de sisteme care conțin rețele sunt Internetul, rețelele neuronale, rețelele metabolice, rețelele de comunicații, rețelele de distribuție, rețelele de afaceri etc.

Studiul sistematic al rețelelor a început încă din 1735 când Euler a rezolvat prima problemă de drumuri într-o rețea, cunoscută sub numele de problema podurilor de la Königsberg și întemeind, astfel, teoria modernă a grafelor. Conform manuscriptului lui Euler, „În orașul Königsberg din Prusia există o insulă A, numită Kneiphoff, cu cele două brațe ale

râului Pregel curgând în jurul ei. Există șapte poduri a, b, c, d, e, f și g traversând cele două brațe. Problema este dacă o persoană poate să planifice un drum în așa fel încât el să traverseze fiecare dintre aceste poduri odată și numai odată. [...] Pe baza celor de mai sus am formulat următoarea problemă generală pentru mine însumi. Dându-se orice configurație a râului și ramurile în care acesta poate fi separat, ca și numărul de poduri, să se determine dacă este posibil să se traverseze fiecare pod doar odată.” Soluția lui Euler la această problemă s-a dezvoltat natural din formularea problemei, arătând încă odată cât de importantă este formularea problemei, poate chiar mai mult de cât rezolvarea acesteia.

Euler a observat că distanța fizică nu are importanță în această problemă și a reprezentat-o sub forma unui graf – o mulțime de noduri și legături conectând fiecare pereche de noduri (Figura 3.1)

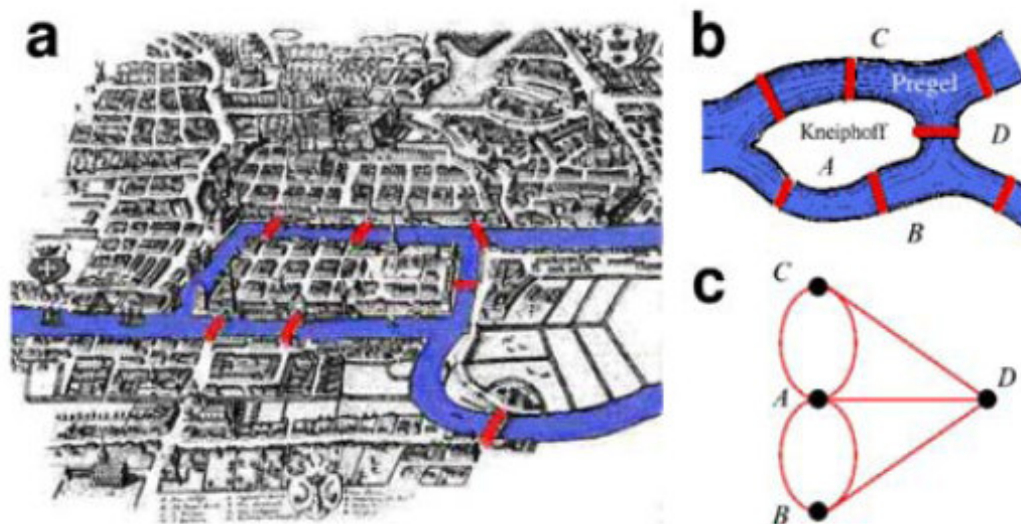


Figura 3.1: Problema lui Euler a celor șapte poduri

Euler a împărțit nodurile în pare și impare pe baza parității gradului unui nod, deci a numărului de legături direct conectate la nod. El a demonstrat că:

- 1) Suma gradelor nodurilor unui graf este pară;
- 2) Fiecare graf trebuie să aibă un număr par de noduri impare.

Aceste constatări l-au condus la următorul rezultat:

- a) Dacă numărul de noduri impare este mai mare decât 2 nu există un drum Euler (deci un drum între două noduri arbitrare în care fiecare legătură din graf apare exact o dată);
- b) Dacă numărul de noduri impare este 2, există drumuri Euler plecând din fiecare dintre nodurile impare;

c) Dacă nu există noduri impare, drumurile Euler pot începe din oricare nod arbitrar.

Deoarece toate cele patru noduri din problema podurilor sunt impare, Euler a demonstrat că nu există un drum care să traverseze fiecare pod o singură dată. Această lucrare a lui Euler a dus, mai târziu, la apariția teoriei grafelor și de aici la teoria actuală a rețelelor prin contribuția esențială a matematicienilor unguri Erdos și Reny.

Rețelele sunt studiate astăzi extensiv în multe domenii științifice (tehnică, ecologie, biologie, economie, știința calculatoarelor, științe sociale ș.a.) deoarece cu ajutorul lor se poate reprezenta destul de ușor structura internă a unui sistem complex cât și interacțiunile dintre elementele componente (subsistemele) acestuia. În ultima perioadă interesul pentru rețelele complexe a crescut enorm, mai ales în științele economice și sociale. Sistemele studiate de aceste științe încorporează rețele sociale complexe care au, de regulă, drept vârfuri indivizi, companii, corporații, piețe, grupuri sociale mici, comunități umane ș.a., iar drept arce interacțiunile dintre acestea.

În rețelele sociale complexe pot fi puse în evidență anumite proprietăți care au o influență puternică asupra modului în care se propagă influențele reciproce dintre componentele rețelei și, mai ales, asupra modului în care evoluează rețeaua în decursul timpului.

Dezvoltarea explozivă a comunicațiilor și rolul jucat de acestea în buna funcționare a sistemelor economice și sociale a dat un impuls puternic cercetărilor din domeniul rețelelor sociale complexe. Utilizând concepte și metode noi, bazate pe analiza statistică a proprietăților vârfurilor și arcelor unei rețele complexe, au putut fi abordate rețele care conțin milioane sau chiar miliarde de noduri și arce. Proprietățile grafelor de dimensiuni mici (având câteva zeci sau sute de noduri și arce) se dovedesc inoperante în condițiile rețelelor complexe de dimensiuni mari. De exemplu, dacă în cazul unui graf de dimensiuni mici putem determina ce influență exercită dispariția unui nod sau unui arc, în cazul rețelelor complexe acest lucru nu prezintă prea multă importanță, trecând pe primul plan probleme cum ar fi: „Ce procent dintre vârfuri trebuie să dispară astfel încât acest lucru să afecteze în mod semnificativ conectivitatea rețelei?”.

Există și alți factori care au determinat apariția unei schimbări în interesul cercetătorilor pentru rețelele complexe. Atunci când o astfel de rețea cuprinde milioane sau miliarde de componente, reprezentarea ei vizuală este extrem de dificilă. Totuși, combinarea metodelor statistice de analiză a rețelelor cu mijloacele de reprezentare pe calculator a obiectelor 3D a dus la apariția unei adevărate imagistici a rețelelor complexe, care pot fi acum analizate nu numai cu mijloace formate, dar și vizual.

Cercetările actuale în acest domeniu se orientează cu precădere în trei mari direcții. Prima direcție încearcă să determine proprietățile statistice ale rețelelor complexe, proprietăți cu ajutorul cărora putem caracteriza structura și comportamentul sistemelor care includ astfel de rețele. A doua direcție încearcă creeze modele ale rețelelor cu ajutorul cărora să înțelegem mai bine proprietățile rețelelor și efectele lor asupra sistemelor complexe. A treia direcție încearcă să găsească regulile și legitățile care guvernează evoluția rețelelor, astfel încât să se poată stabili modul în care aceste reguli și legități influențează vârfurile individuale sau o parte a rețelei.

3.2 Tipuri de rețele complexe

Existența unui număr mare de noduri și arce între acestea nu reprezintă singura sursă de complexitate în cazul rețelelor din lumea reală. Frecvent, nodurile și/sau arcele din rețele sunt de tipuri diferite. De asemenea, vârfurile și arcele pot avea o serie de proprietăți, calitative și cantitative, care sporesc complexitatea rețelelor. De exemplu, într-o rețea complexă din economie, nodurile pot să reprezinte agenți economici diferiți, producători sau consumatori, instituții financiare sau agenții economice ale statului. Arcele pot reprezenta relații de cooperare, relații de competiție, obligații de plată sau, pur și simplu, proximitatea geografică.

Arcele pot fi orientate și pot conține informații privind intensitatea sau ponderea acestor relații. De asemenea, între rețele există diferențe în raport cu sistemele complexe pe care le reprezintă. Datorită acestor aspecte, rețelele complexe au fost clasificate în funcție de natura sistemelor complexe reprezentate în următoarele tipuri:

- a) Rețele sociale:
 - Colaborarea actorilor;
 - Comitete de direcție;
 - Contacte științifice;
 - Mesaje e-mail;
 - Contacte sexuale ș.a.
- b) Rețele informaționale:
 - World Wide Web;
 - Rețele de citări;
- c) Rețele tehnologice:
 - Internetul;

- Rețeaua Grid;
- Pachetele software;
- Circuitele electronice;
- Rețeaua de aeroporturi;
- Rețeaua de cale ferată;

d) Rețele biologice:

- Rețele metabolice;
- Rețele genetice;
- Rețele neurale;
- Rețele ecologice etc.
-

3.2.1 Rețele sociale complexe

O rețea socială reprezintă o mulțime de oameni sau grupuri de oameni cu un anumit tip de contacte sau interdependențe între ei. Tipurile principale de contacte pot fi relații de prietenie sau de rudenie, relații de afaceri între companii, contactele sociale dintr-o anumită comunitate, contacte științifice dintr-o comunitate de oameni de știință ș.a. Sociologia și alte științe sociale au fost, de-a lungul timpului, interesate de astfel de rețele. Sociologi precum Jacob Moreno sau Elton Mayo au fost promotorii unor metode cantitative de studiu al grupurilor mici (primul a studiat relațiile de prietenie dintr-un colegiu, iar al doilea rețelele sociale create între muncitorii din fabricile din Chicago). Anatol Rapoport a fost printre primii matematicieni preocupați de proprietățile cantitative ale rețelelor.

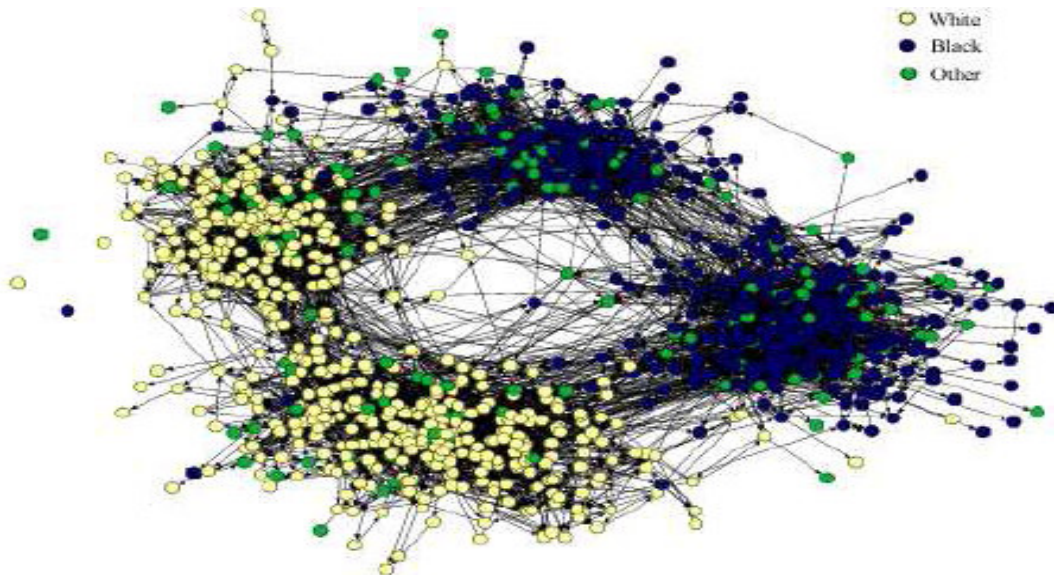


Figura 3.2 Rețea a legăturilor de prietenie într-un colegiu american

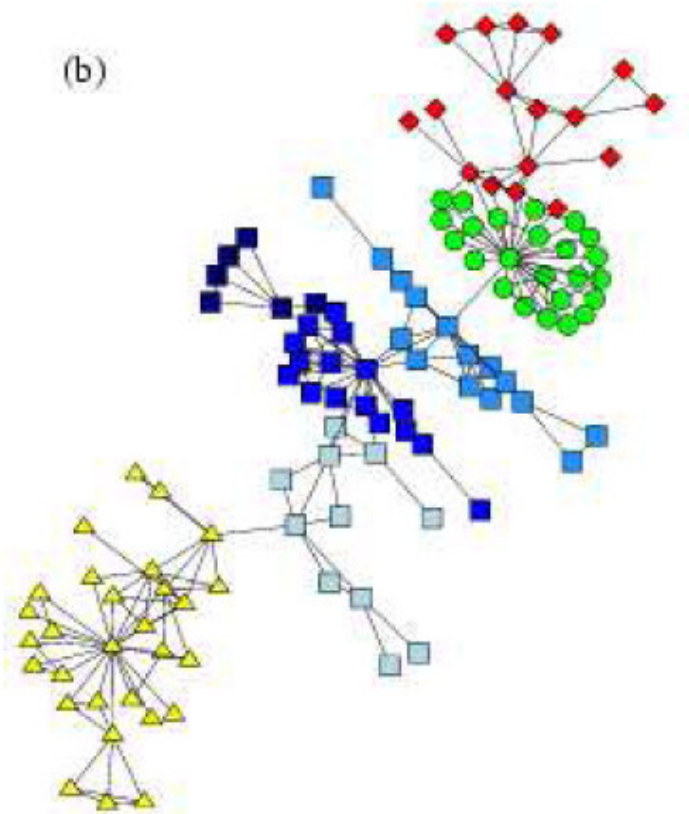


Figura 3.3 : Rețea colaborativă

În ultimii ani, modelele denumite „Small-world” ale lui Milgram au dus la un concept devenit celebru al celor „șase grade de separare”

Datorită problemelor legate de acuratețea datelor, subiectivitatea răspunsurilor și numărul mic de eioane, rețelele sociale necesită un efort destul de mare în construcție și studiu. Din această cauză, o tot mai mare atenție se acordă rețelelor colaborative care reprezintă rețele în care participanții colaborează în grupuri diferite iar legăturile dintre perechile de indivizi sunt determinate de apartenența la un grup comun. De exemplu, o rețea colaborativă este cea a actorilor de film care apare în Internet ovie Database. În această rețea, actorii care apar în filme sunt considerați ca fiind conectați dacă ei apar în același film.

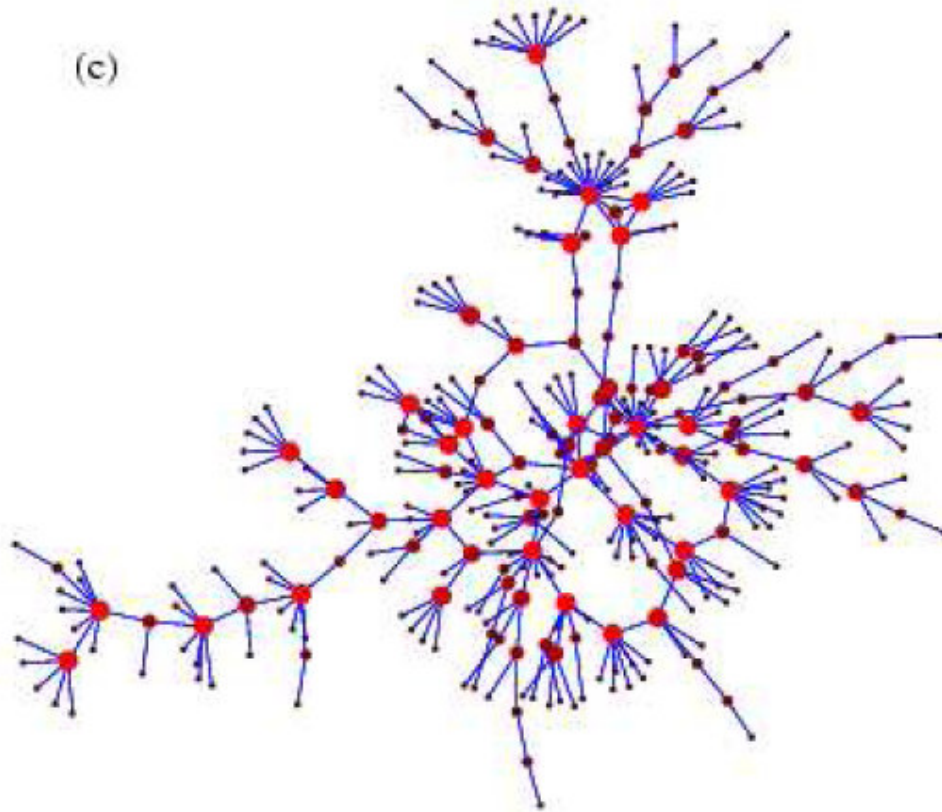


Figura 3.4: Rețeaua contactelor sexuale într-un campus studentesc

O altă rețea colaborativă este cea a directorilor de companii, doi directori fiind legați între ei dacă aparțin aceluiași Consiliu de directori.

Un alt tip de rețea socială este cea comunicațională. În cadrul acesteia, fiecare arc (orientat) între doi oameni reprezintă un mesaj transmis prin poștă, telefon sau e-mail de la unul la celălalt. De exemplu, într-o rețea a telefoanelor date, numărul de vârfuri ale grafului care corespunde unui număr de telefon, este enorm, ajungând la 50 de milioane, cea mai mare rețea după cea a World Wide Web (Aiello ș.a.). Ebel ș.a. au reconstruit experimentul lui Milgram în cazul mesajelor e-mail transmise între 500 de studenți de la universitatea din Kiel, Germania. În această rețea, vârfurile sunt adrese de e-mail iar arcele orientate reprezintă mesaje transmise de la un student la altul. S-a observat, în acest caz, că regula celor șase grade de separare se menține și în cazul unei astfel de rețele.

3.2.2 Rețele informaționale

O altă categorie de rețele este cea a rețelelor informaționale (sau de cunoaștere). Exemplul cel mai des întâlnit este cel al rețelei citărilor între articolele științifice. Vârfurile acestei rețele sunt articole, iar un arc orientat de la articolul A la articolul B arată că A citează pe B. Rețelele de acest tip sunt aciclice deoarece o lucrare citată nu poate, la rândul său, să citeze o altă lucrare în care este citată deoarece ea nu este încă scrisă. Rețelele de citări sunt o sursă importantă de date pentru studiile statistice ale rețelelor datorită abundenței și acurateții datelor oferite. Astfel de date l-au condus pe Alfred Lotka la descoperirea, în 1926 a așa-numitei Legi a Productivității Științifice. Conform acestei legi, distribuția numărului de lucrări științifice scrise de un om de știință urmează o lege de tip putere. Deci numărul de oameni de știință care au scris k lucrări scade cu $k^{-\alpha}$ pentru o anumită constantă α . Această lege s-a constatat că se aplică nu numai în acest domeniu, dar și în alte domenii cum ar fi artele sau medicina.

Un alt exemplu de rețea informațională o reprezintă World Wide Web care este o rețea de pagini Web conținând informații, legate între ele prin hiperlinkuri de la o pagină la alta. WWW nu se confundă cu Internetul, care reprezintă rețeaua fizică de calculatoare legate împreună prin fibre optice și alte tipuri de conexiuni.



Figura 3.5 : Rețeaua WWW

WWW este o rețea ciclică; nu există o relație de ordine naturală între site-uri și nici o regulă care să prevină apariția de bucle închise. În ultimul timp, WWW este intens studiat, având o serie de proprietăți interesante.

Tot în categoria rețelelor informaționale se includ și rețelele peer-to-peer care sunt rețele virtuale de calculatoare care împart între ele fișiere existente utilizate de utilizatori plasați într-o rețea locală. Rețeaua relațiilor între clasele de cuvinte dintr-un tezaur este utilizată în definirea de ontologii și găsirea sensului celui mai potrivit al unui concept care reprezintă o idee. Rețelele semantice (Semantic Web) sunt astăzi intens studiate deoarece ele permit reprezentarea structurii unui limbaj și, prin aceasta, ajută la realizarea corespondențelor dintre limbaje în traducerea automată.

Rețelele preferențiale reprezintă rețele informaționale bipartite. O rețea preferențială este rețeaua care are două tipuri de vârfuri reprezentând indivizi și obiecte preferate, cum ar fi cărți, filme etc., cu o latură conectând fiecare individ cu cărțile sau filmele preferate. Laturile acestor rețele preferențiale sunt ponderate în funcție de intensitatea acestor preferințe. Prin intermediul algoritmilor de filtrare colaborativă și a sistemelor de recomandare se pot determina liste de obiecte preferate de doi sau mai mulți indivizi în același timp. Astfel de rețele au multiple aplicații în comerțul on-line.

3.2.3 Rețele tehnologice

A treia clasă de rețele sunt cele tehnologice care sunt realizate de om și utilizate, în general, pentru distribuția unor produse sau resurse, cum ar fi electricitatea, apa sau informația. Rețelele electrice se pot întinde pe tot cuprinsul unei țări sau chiar continent. Ate rețele tehnologice sunt rețeaua de drumuri, căi ferate sau chiar a străzilor dintr-un oraș. Rețeaua de râuri poate fi considerată o rețea naturală dar dacă ea este folosită pentru transportul de mărfuri, devine o rețea tehnologică.

O rețea tehnologică mult studiată este Internetul care reprezintă rețeaua de conexiuni fizice între calculatoare. Deoarece există un număr extrem de mare de calculatoare conectate la Internet, număr care este în continuă creștere, structura acestei rețele este de obicei studiată la nivelul rutelor, calculatoarelor cu scopuri speciale (provideri sau al controlului fluxurilor de date.

O rețea autonomă (Intranet) este cea care conectează un grup de calculatoare locale între care fluxurile de date sunt transmise cu ajutorul Internetului. Calculatoarele unei universități pot forma un sistem autonom (Intranet) care poate avea conexiuni interne (Intranet) dar și externe.

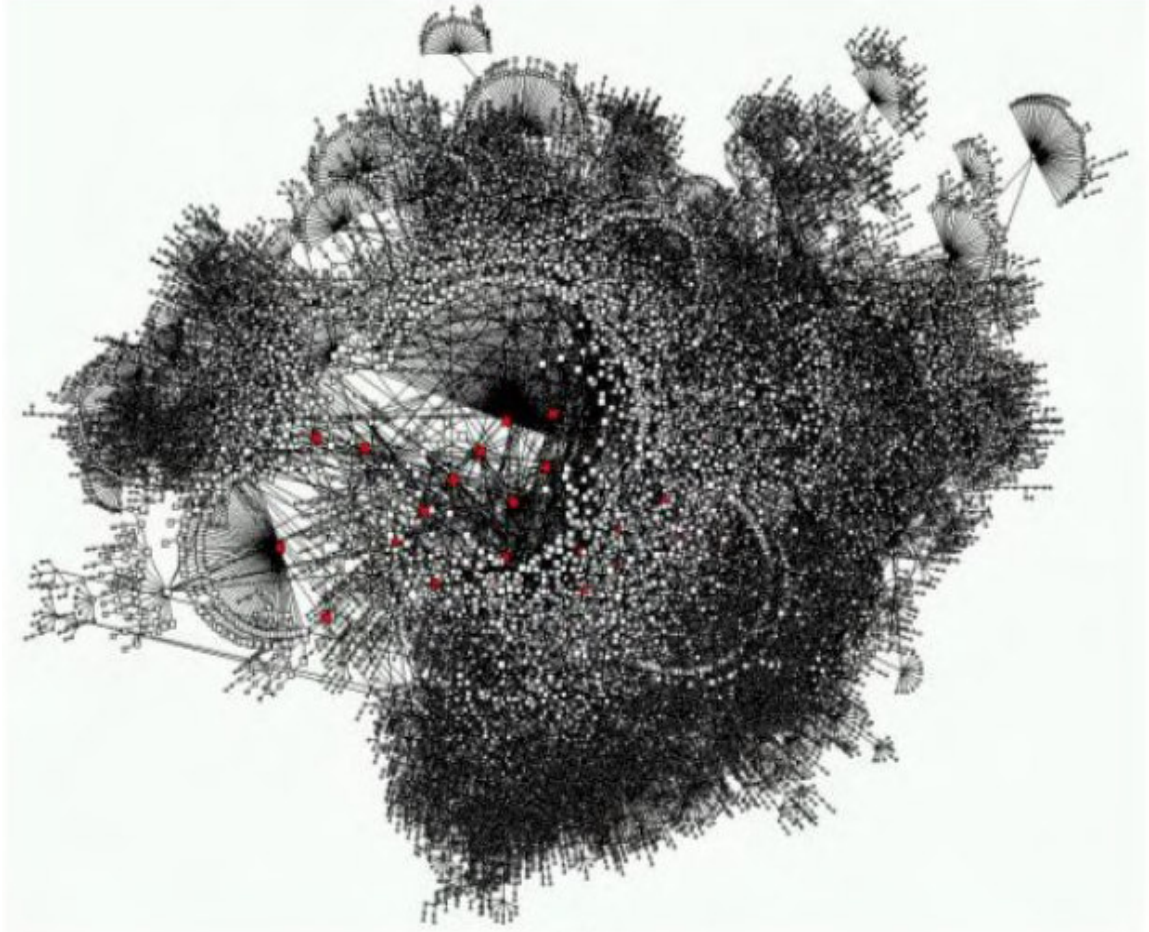


Figura 3.6 Rețeaua Internet

3.2.4 Rețele biologice

Un mare număr de sisteme biologice pot fi reprezentate ca rețele complexe. Un exemplu îl reprezintă rețeaua metabolică, în care vârfurile sunt diferite substanțe iar arcele unesc acele vârfuri între care există o reacție metabolică ce duce la apariția unui produs. Individul este alcătuit dintr-o rețea gigantică de tip metabolic.

O altă rețea este cea genetică. O genă, care conține un cod genetic dat de ordinea proteinelor conținute, poate fi controlată de prezența altor proteine, care sunt activatori sau inhibitori, astfel încât genomul însuși formează o rețea ale cărei vârfuri sunt reprezentate de

proteine și arce reprezintă dependența de producția de proteine din celelalte vârfuri. Rețelele genetice reprezintă încă un domeniu de studiu și cercetare pentru viitor, deoarece încă nu sunt clarificate toate dependențele dintre proteinele ce alcătuiesc codul genetic.

Un alt tip de rețea biologică este reprezentat de ecosisteme în care vârfurile sunt speciile din cadrul ecosistemului iar arcele orientate de la specia A la specia B indică faptul că A îl hrănește pe B.

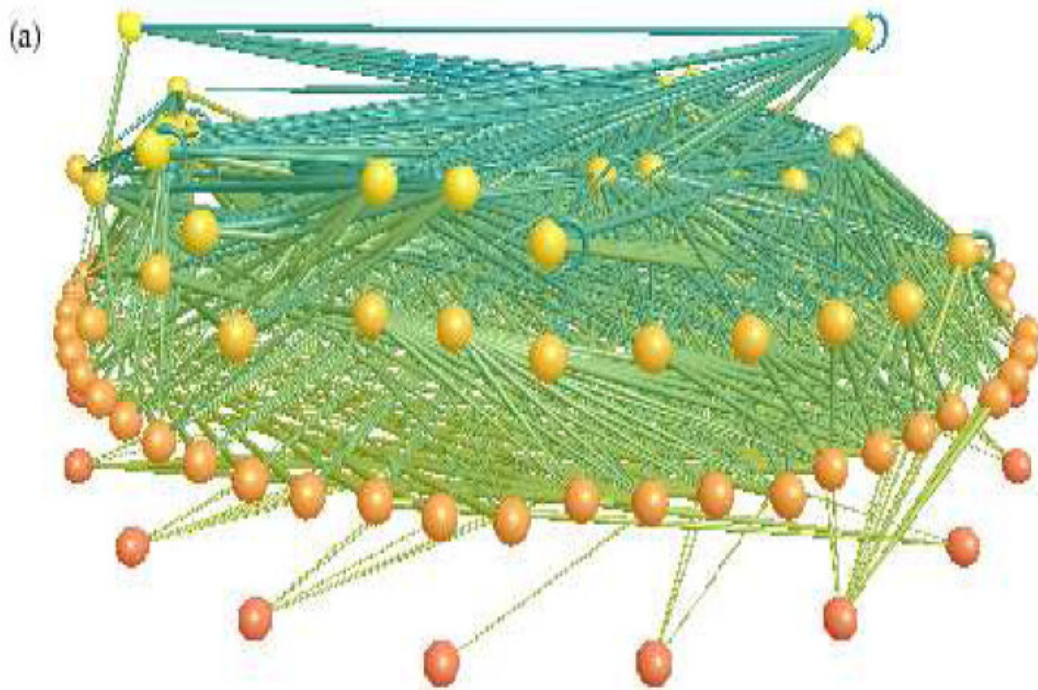


Figura 3.7 Rețeaua uni ecosistem

Rețelele neurale reprezintă un alt tip de rețea biologică de o importanță foarte mare. Structura acestei rețele a creierului uman este încă un subiect intens de studiu în științele creierului.

3.3 Proprietățile rețelelor complexe

Studiul rețelelor complexe necesită o varietate de tehnici și metode cu ajutorul cărora să înțelegem și să putem face previziuni privind comportamentul sistemelor complexe care le conțin. În continuare vom introduce câteva dintre proprietățile rețelelor complexe sub forma unor măsuri cu ajutorul cărora putem exprima formele interconexiunilor dintre diferitele

elemente componente ale sistemelor complexe. După aceea, ne vom referi la modalitățile de utilizare ale acestor proprietăți cantitative în studiul teoretic și empiric al rețelelor complexe.

Pentru a fixa lucrurile, în termeni matematici, o rețea este un graf în care vârfurile (nodurile) și laturile (arcele) au valori asociate lor. Un graf G este definit de o pereche de mulțimi $G=\{V, E\}$, unde V este mulțimea vârfurilor, notate cu v_1, v_2, \dots, v_n și E este o mulțime de laturi care conectează perechile de vârfuri v_i, v_j aparținând lui V . O mulțime de vârfuri unite de laturi este cel mai simplu tip de rețea.

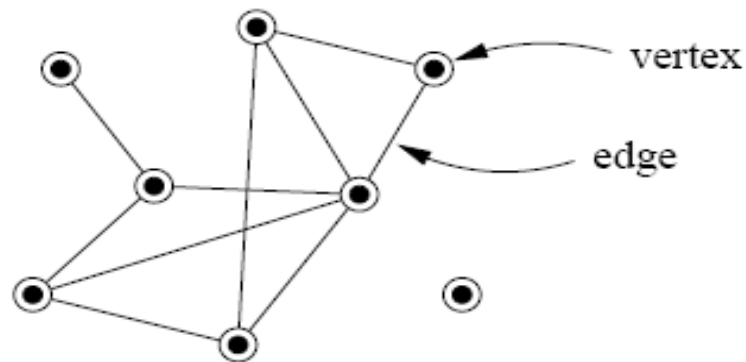


Figura 3.8 Un graf cu opt vârfuri

Rețelele pot fi însă mult mai complicate. De exemplu, pot exista mai multe tipuri de vârfuri sau mai multe tipuri de laturi. De asemenea, vârfurile pot avea anumite proprietăți. De asemenea, laturile pot fi orientate (caz în care se numesc arce) iar grafele cu astfel de arce se numesc digrafe sau grafe direcționate. Arcele sau chiar și laturile pot avea ponderi înscrise pe ele, ponderi care pot indica diferite lucruri ce caracterizează legătura dintre vârfuri (mărimea unui flux, intensitatea unei relații, probabilitatea de realizare a conexiunii etc.).

În figura 3.8 se reprezintă diferite tipuri de rețele.

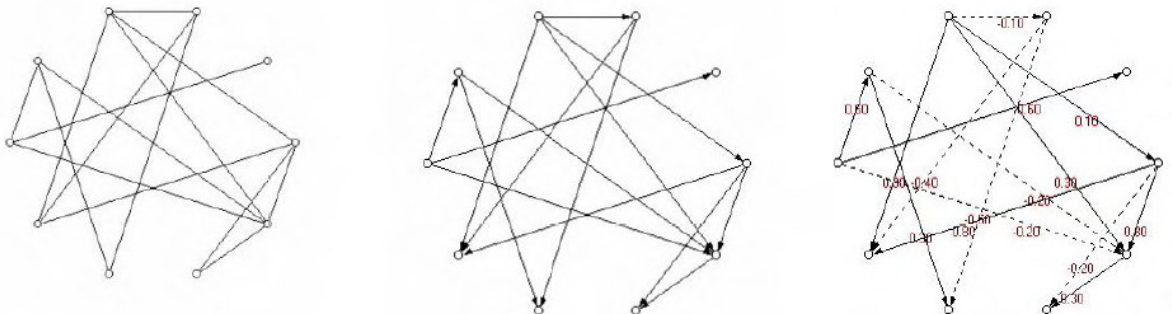


Figura 3.9 Diferite tipuri de rețele

3.3.1 Microscara și macroscara

Atunci când abordăm rețelele complexe, putem să o facem la microscară sau macroscară. Din punct de vedere microscopic, interesul se va îndrepta către rolul jucat de vârfuri în contextul general al rețelei. Din această perspectivă, au fost introduse o serie de măsuri ale centralității vârfurilor și ale rolurilor jucate de către acestea. De exemplu, gradul unui vârf corespunde cu numărul de legături care ajung la acesta, iar distanța medie este o măsură a distanței măsurată ca cel mai mic număr de arce necesare pentru a trece de la un vârf la altul. Un alt indicator, coeficientul de clusterizare al unui vârf, măsoară numărul de legături dintre vecinii unui vârf dat. În sfârșit, o altă măsură interesantă o reprezintă „betweenness-ul” unui vârf care corespunde numărului de drumuri de lungime minimă dintre fiecare pereche de vârfuri dintr-o rețea care merg la un nod de referință.

Pe de altă parte, când avem de-a face cu rețele foarte mari, rolul jucat de vârfurile individuale nu mai prezintă interes, astfel că se preferă o caracterizare statistică a rețelei. La nivel de macroscară sunt studiate cantități medii, cum ar fi gradul mediu al vârfurilor, distanța medie dintre vârfuri, coeficientul mediu de clusterizare, diametrul rețelei, măsurat ca distanța maximă dintre vârfuri. O altă caracterizare statistică a rețelelor complexe se poate face cu ajutorul distribuției gradelor, al încărcării acestora sau al corelațiilor.

3.3.2 Conectivitatea

Gradul în care vârfurile unei rețele sunt conectate direct se numește conectivitate. O rețea cu o conectivitate înaltă are un număr mare de laturi în raport cu numărul de vârfuri. Pentru a calcula conectivitatea unei rețele cu N vârfuri și k laturi, avem:

$$C = \frac{k}{N(N-1)}$$

3.3.3 Distribuția gradelor

Gradul unui vârf într-o rețea este dat de numărul de laturi sau conexiuni ale unui nod. Funcția de distribuție $P(k)$ dă probabilitatea ca un vârf ales aleatoriu să aibă exact k laturi. Reprezentarea lui $P(k)$ pentru o rețea complexă formează o histogramă a gradelor asociate vârfurilor, aceasta reprezentând distribuția gradelor sau numărul de vârfuri care au același număr de laturi din rețea.

3.3.4 Drumul mediu de lungime minimă

Lungimea drumului mediu, l , reprezintă numărul mediu de laturi sau conexiuni dintre vârfuri, care trebuie să fie străbătute pe drumul cel mai scurt dintre două vârfuri dintr-o rețea.

Acest număr se calculează cu ajutorul relației:

$$l = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N l_{\min}(i, j)$$

unde $l_{\min}(i, j)$ este distanța minimă dintre vârfurile v_i și v_j .

3.3.4 Diametrul rețelei

Diametrul unei rețele, D este cel mai lung drum minim din rețea. Diametrul este definit ca:

$$D = \max_{i, j} l_{\min}(i, j)$$

3.3.5 Coeficientul de clusterizare

O proprietate comună multor rețele sociale este clica. Aceasta reprezintă un grup de prieteni în care fiecare membru al grupului îi cunoaște pe ceilalți membri.

Pentru un vârf dat, v_i dintr-o rețea cu k_i vecini, gradul de clusterizare în jurul vârfului v_i este definit ca raportul dintre numărul de legături existente în realitate cu cei k_i vecini și numărul $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$ de legături potențiale. Fie E_i numărul de legături existente între cei k_i vecini. Coeficientul de clusterizare este atunci dat de:

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{k_i(k_i-1)}$$

3.3.6 Subgrafe

Uneori în studiul rețelelor complexe apare necesitatea separării din cadrul acesteia a unor părți care sunt definite prin anumite proprietăți comune ale vârfurilor și/sau laturilor. Aceste părți reprezintă subgrafe. Un graf G_i constând dintr-o mulțime de vârfuri V_i și o mulțime de laturi E_i se numește subgraf al lui $G=\{V, E\}$ dacă $V_i \subset V$ și $E_i \subset E$. cele mai simple exemple de subgrafe sunt ciclurile, arborii și subgrafele complete.

Un ciclu este o buclă închisă de k laturi, astfel încât fiecare două laturi consecutive au doar un vârf comun.

Un arbore este de ordin k dacă are k vârfuri și $k-1$ laturi și nici un subgraf al său nu este un ciclu. Gradul mediu al unui arbore de ordin k este dat de:

$$\langle k \rangle = 2 - \frac{2}{k}$$

Care tinde către 2 cu cât arborele are dimensiuni mai mari.

Un subgraf complet de ordin k conține k vârfuri și toate cele $\frac{k(k-1)}{2}$ laturi posibile între acestea; cu alte cuvinte, toate vârfurile din subgraful complet sunt conectate la celelalte vârfuri.

3.3.7 Mărimea componentei gigant

În general, o rețea complexă poate conține părți care pot fi deconectate (separate) de rețea atunci când analiza o impune. Considerând un cluster de vârfuri din care se poate atinge oricare vârf al acestui cluster, acesta se numește componentă puternic conectată. Dacă cea mai mare componentă puternic conectată conține o parte finită a mulțimii vârfurilor dintr-o rețea, aceasta se numește componentă puternic conectată gigant.

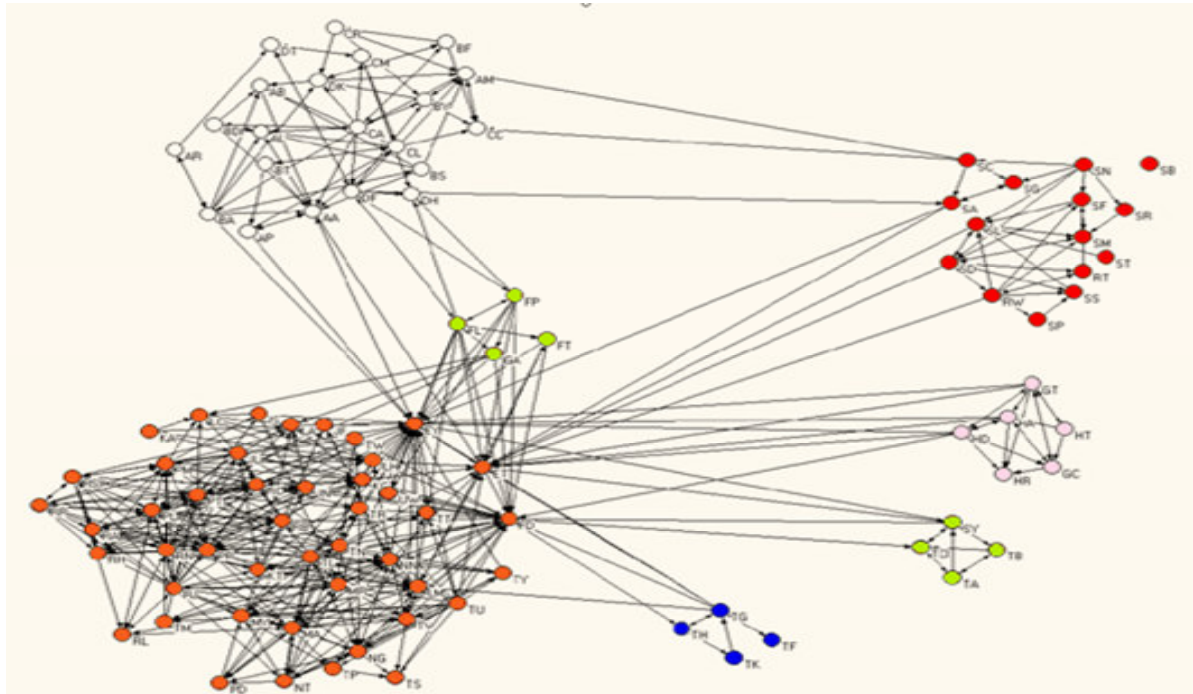


Figura 3.10 Componenta puternic conectată gigant

Clusterelor conectate obținute dintr-o rețea complexă orientată prin ignorarea direcției arcelor acestea se numesc componente slab conectate și se poate defini componenta slab conectată gigant ca acea componentă slab conectată care are vârfurile cele mai multe.

3.3.8 Criticalitatea

Poate cea mai interesantă proprietate a rețelelor complexe o constituie criticalitatea. Aceasta presupune existența unui prag critic începând de la care se formează componentele gigant. Sub acest prag, rețeaua există sub forma unor subgrafe deconectate. Peste acest prag, graful se transformă într-un cluster complet conectat.

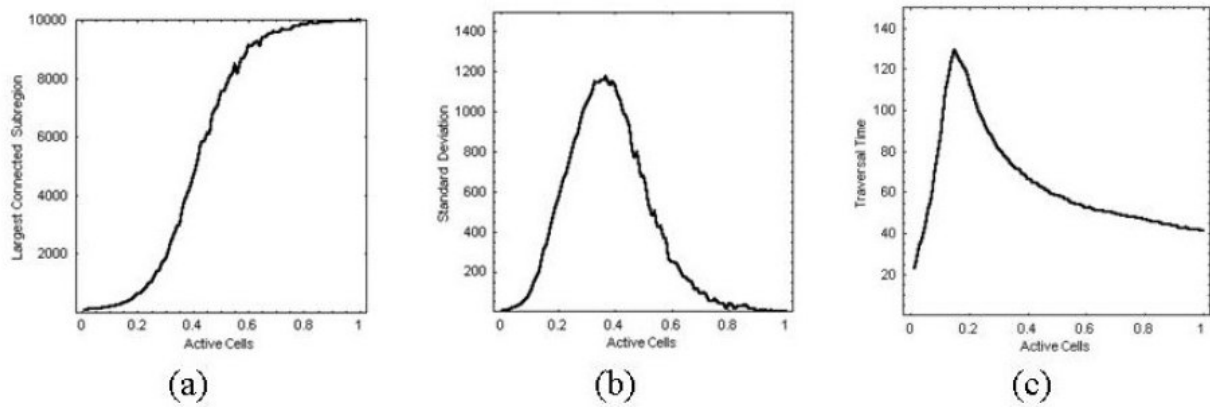


Figura 3.11 Fenomene critice în rețele complexe

În figura 3.11 (a)