

CAPITOLUL 4

CONECTIVITATE SI INTERDEPENDENȚA IN SISTEMELE ADAPTIVE COMPLEXE

Una dintre cele mai importante caracteristici ale CAS se referă la conectivitatea și interdependența dintre elementele sale, dar și a întregului sistem cu celelalte elemente precum și cu alte sisteme din mediul înconjurător. CAS constau dintr-un număr foarte mare de elemente distincte, capabile să interacționeze unul cu altul și cu mediul înconjurător (deci cu alte sisteme adaptive complexe), ceea ce face ca sistemul să devină organizat fără să fie aplicat vreun principiu de organizare extern (emergența organizării). Drept urmare, descompunerea sistemului și studierea părților sale componente, izolat una de celelalte nu poate să contribuie în nici un fel la înțelegerea modului în care acesta funcționează.

*În Encyclopedia Britannica se arată că "Ceea ce face un sistem să fie sistem și nu o simplă colecție de elemente sunt **conexiunile** și*

interacțiunile dintre componentele sale, ca și efectul pe care aceste legături îl are asupra comportamentului său. De exemplu, relațiile de dependență dintre capital și muncă fac o economie; fiecare componentă luată separat nu ar fi suficientă”.

*O privire mai atentă asupra structurii CAS relevă câteva caracteristici interesante ale acestora în ceea ce privește proprietățile de mai sus. Astfel, CAS: (a) conțin un mare număr de elemente interdependente (de exemplu molecule, neuroni, indivizi, piețe, organizații sociale etc.); (b) interacțiunile dintre aceste elemente nu sunt deterministe; și (c) topologia interacțiunilor este distribuită. Prima caracteristică se referă la faptul că un sistem poate fi analizat la nivel **microscopic, mesoscopic sau macroscopic**, putând extinde dimensiunile sale până la infinit. Faptul că, în raport cu necesitățile analizei, ne oprim la un anumit nivel nu epuizează nici pe departe informațiile și cunoștințele pe care le putem obține referitor la același sistem dar abordat la un alt nivel. Din această cauză, studierea CAS constituie o sursă inepuizabilă de cunoaștere a lumii reale. Caracterul incert al interdependențelor dintre elemente presupune că, la un moment de timp dat, între două sau mai multe elemente, conexiunile se pot forma cu o anumită probabilitate condiționată de factori extrem de diferiți, ceea ce introduce o imensă varietate a tipurilor de conexiuni posibile între elemente. În sfârșit, distribuirea interacțiunilor indică faptul că un CAS nu este omogen în ceea ce privește structura interacțiunilor precum și distribuirea lor spațială. Această distribuire se poate referi pentru unele sisteme doar la un spațiu restrâns (nișă) în care acesta poate să apară și să existe (anumite specii de plante și animale, firme specializate în extracția unor zăcămintele etc.), dar pentru alte sisteme distribuirea poate merge până la întreaga*

suprafață a globului pământesc (companiile transnaționale, piețele globale etc.).

Oamenii de știință atrag tot mai frecvent atenția că ne aflăm într-o perioadă în care are loc o transformare profundă a întregii vieți economice și sociale, transformare în care rețeaua de conexiuni devine o formă esențială de organizare în toate domeniile. F. Capra arată că „Funcțiile sociale dominante sunt organizate în tot mai mare măsură în jurul rețelelor, iar participarea la aceste rețele este o sursă esențială de putere.” (F. Capra, op. cit., pag. 214). Unii cercetători merg chiar mai departe afirmând, cum o face Castells într-o analiză sociologică profundă a Erei Informației, că asistăm la dispariția statului-națiune, care este înlocuit cu „statul-rețea” ai cărui cetățeni sunt interdependenți. Într-un astfel de stat, luarea deciziilor politice majore trebuie să țină seama de efectele pe care acestea le-ar exercita aceste decizii asupra tuturor membrilor societății, fiindcă aceștia vor afecta cu necesitate întreaga rețea.

4.1 Ce sunt rețelele complexe?

O rețea reprezintă o mulțime de noduri sau vârfuri care sunt conectate între ele prin arce. Sistemele organizate sub formă de rețele sunt extrem de frecvente în natură, tehnică, economie sau societate. Exemple de astfel de sisteme care conțin rețele sunt Internetul, rețelele neuronale, rețelele metabolice, rețelele de comunicații, rețelele de distribuție, rețelele de afaceri etc.

Studiul sistematic al rețelelor a început încă din 1735 când Euler a rezolvat prima problemă de drumuri într-o rețea, cunoscută sub numele de problema podurilor de la Königsberg și întemeind, astfel, teoria modernă a grafelor. Conform manuscriptului lui Euler, „În orașul Königsberg din Prusia există o insulă A, numită Kneiphof, cu cele două brațe ale râului Pregel curgând în jurul ei. Există șapte poduri a, b, c, d, e, f și g traversând cele două brațe. Problema este dacă o persoană poate să planifice un drum în așa fel încât el să traverseze fiecare dintre aceste poduri odată și numai odată. [...] Pe baza celor de mai sus am formulat următoarea problemă generală pentru mine însumi. Dându-se orice configurație a râului și ramurile în care acesta poate fi separat, ca și numărul de poduri, să se determine dacă este posibil să se traverseze fiecare pod doar odată.” Soluția lui Euler la această problemă s-a dezvoltat natural din formularea problemei, arătând încă odată cât de importantă este formularea problemei, poate chiar mai mult de cât rezolvarea acesteia. Euler a observat că distanța fizică nu are importanță în această problemă și a reprezentat-o sub forma unui graf – o mulțime de noduri și legături conectând fiecare pereche de noduri (Figura 4.1)

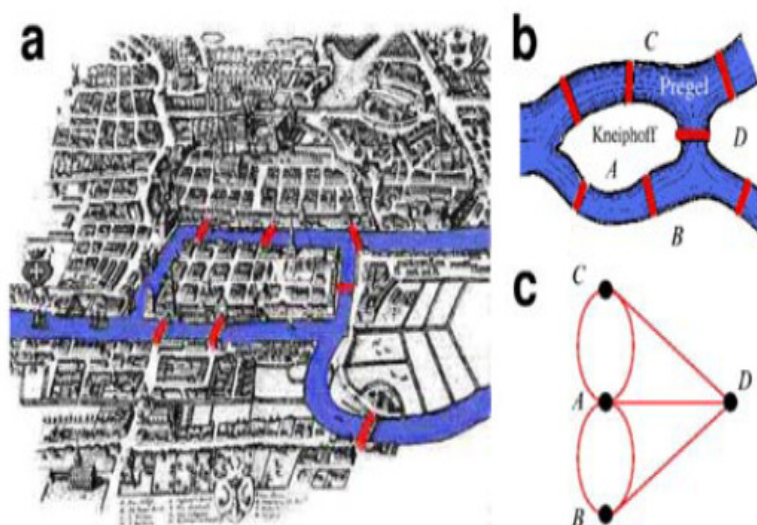


Figura 4.1: Problema lui Euler a celor șapte poduri

Euler a împărțit nodurile în pare și impare pe baza parității gradului unui nod, deci a numărului de legături direct conectate la nod. El a demonstrat că:

- 1) Suma gradelor nodurilor unui graf este pară;
- 2) Fiecare graf trebuie să aibă un număr par de noduri impare.

Aceste constatări l-au condus la următorul rezultat:

- a) Dacă numărul de noduri impare este mai mare decât 2 nu există un drum Euler (deci un drum între două noduri arbitrare în care fiecare legătură din graf apare exact o dată;
- b) Dacă numărul de noduri impare este 2, există drumuri Euler plecând din fiecare dintre nodurile impare;

c) Dacă nu există noduri impare, drumurile Euler pot începe din oricare nod arbitrar.

Deoarece toate cele patru noduri din problema podurilor sunt impare, Euler a demonstrat că nu există un drum care să traverseze fiecare pod o singură dată. Această lucrare a lui Euler a dus, mai târziu, la apariția teoriei grafelor și de aici la teoria actuală a rețelelor prin contribuția esențială a matematicienilor unguri Erdős și Reny.

Rețelele sunt studiate astăzi extensiv în multe domenii științifice (tehnică, ecologie, biologie, economie, știința calculatoarelor, științe sociale ș.a.) deoarece cu ajutorul lor se poate reprezenta destul de ușor structura internă a unui sistem complex cât și interacțiunile dintre elementele componente (subsistemele) acestuia. În ultima perioadă interesul pentru rețelele complexe a crescut enorm, mai ales în științele economice și sociale. Sistemele studiate de aceste științe încorporează rețele sociale complexe care au, de regulă, drept vârfuri indivizi, companii, corporații, piețe, grupuri sociale mici, comunități umane ș.a., iar drept arce interacțiunile dintre acestea.

În rețelele sociale complexe pot fi puse în evidență anumite proprietăți care au o influență puternică asupra modului în care se propagă influențele reciproce dintre componentele rețelei și, mai ales, asupra modului în care evoluează rețeaua în decursul timpului.

Dezvoltarea explozivă a comunicațiilor și rolul jucat de acestea în buna funcționare a sistemelor economice și sociale a dat un impuls puternic cercetărilor din domeniul rețelelor sociale complexe.

Utilizând concepte și metode noi, bazate pe analiza statistică a proprietăților vârfurilor și arcelor unei rețele complexe, au putut fi abordate rețele care conțin milioane sau chiar miliarde de noduri și arce. Proprietățile grafelor de dimensiuni mici (având câteva zeci sau sute de noduri și arce) se dovedesc inoperante în condițiile rețelelor complexe de dimensiuni mari. De exemplu, dacă în cazul unui graf de dimensiuni mici putem determina ce influență exercită dispariția unui nod sau unui arc, în cazul rețelelor complexe acest lucru nu prezintă prea multă importanță, trecând pe primul plan probleme cum ar fi: „Ce procent dintre vârfuri trebuie să dispară astfel încât acest lucru să afecteze în mod semnificativ conectivitatea rețelei?”.

Există și alți factori care au determinat apariția unei schimbări în interesul cercetătorilor pentru rețelele complexe. Atunci când o astfel de rețea cuprinde milioane sau miliarde de componente, reprezentarea ei vizuală este extrem de dificilă. Totuși, combinarea metodelor statistice de analiză a rețelelor cu mijloacele de reprezentare pe calculator a obiectelor 3D a dus la apariția unei adevărate imagistici a rețelelor complexe, care pot fi acum analizate nu numai cu mijloace formate, dar și vizual.

Cercetările actuale în acest domeniu se orientează cu precădere în trei mari direcții. Prima direcție încearcă să determine proprietățile statistice ale rețelelor complexe, proprietăți cu ajutorul cărora putem caracteriza structura și comportamentul sistemelor care includ astfel de rețele. A doua direcție încearcă creeze modele ale rețelelor cu ajutorul cărora să înțelegem mai bine proprietățile

rețelelor și efectele lor asupra sistemelor complexe. A treia direcție încearcă să găsească regulile și legitățile care guvernează evoluția rețelelor, astfel încât să se poată stabili modul în care aceste reguli și legități influențează vârfurile individuale sau o parte a rețelei.

4.2 Tipuri de rețele complexe

Existența unui număr mare de noduri și arce între acestea nu reprezintă singura sursă de complexitate în cazul rețelelor din lumea reală. Frecvent, nodurile și/sau arcele din rețele sunt de tipuri diferite. De asemenea, vârfurile și arcele pot avea o serie de proprietăți, calitative și cantitative, care sporesc complexitatea rețelelor. De exemplu, într-o rețea complexă din economie, nodurile pot să reprezinte agenți economici diferiți, producători sau consumatori, instituții financiare sau agenții economice ale statului. Arcele pot reprezenta relații de cooperare, relații de competiție, obligații de plată sau, pur și simplu, proximitatea geografică.

Arcele pot fi orientate și pot conține informații privind intensitatea sau ponderea acestor relații. De asemenea, între rețele există diferențe în raport cu sistemele complexe pe care le reprezintă. Datorită acestor aspecte, rețelele complexe au fost clasificate în funcție de natura sistemelor complexe reprezentate în următoarele tipuri:

a) Rețele sociale:

- Colaborarea actorilor;

- Comitete de direcție;
- Contacte științifice;
- Mesaje e-mail;
- Contacte sexuale ș.a.

b) Rețele informaționale:

- World Wide Web;
- Rețele de citări;

c) Rețele tehnologice:

- Internetul;
- Rețeaua de calculatoare Grid;
- Pachetele software;
- Circuitele electronice;
- Rețeaua de aeroporturi;
- Rețeaua de cale ferată;

d) Rețele biologice:

- Rețele metabolice;
- Rețele genetice;
- Rețele neurale;
- Rețele ecologice etc.

4.2.1 Rețele sociale complexe

O rețea socială reprezintă o mulțime de oameni sau grupuri de oameni cu un anumit tip de contacte sau interdependențe între ei. Tipurile principale de contacte pot fi relații de prietenie sau de

rudenie, relații de afaceri între companii, contactele sociale dintr-o anumită comunitate, contacte științifice dintr-o comunitate de oameni de știință ș.a. Sociologia și alte științe sociale au fost, de-a lungul timpului, interesate de astfel de rețele. Sociologi precum Jacob Moreno sau Elton Mayo au fost promotorii unor metode cantitative de studiu al grupurilor mici (primul a studiat relațiile de prietenie dintr-un colegiu, iar al doilea rețelele sociale create între muncitorii din fabricile din Chicago). Anatol Rapoport a fost printre primii matematicieni preocupați de proprietățile cantitative ale rețelelor.

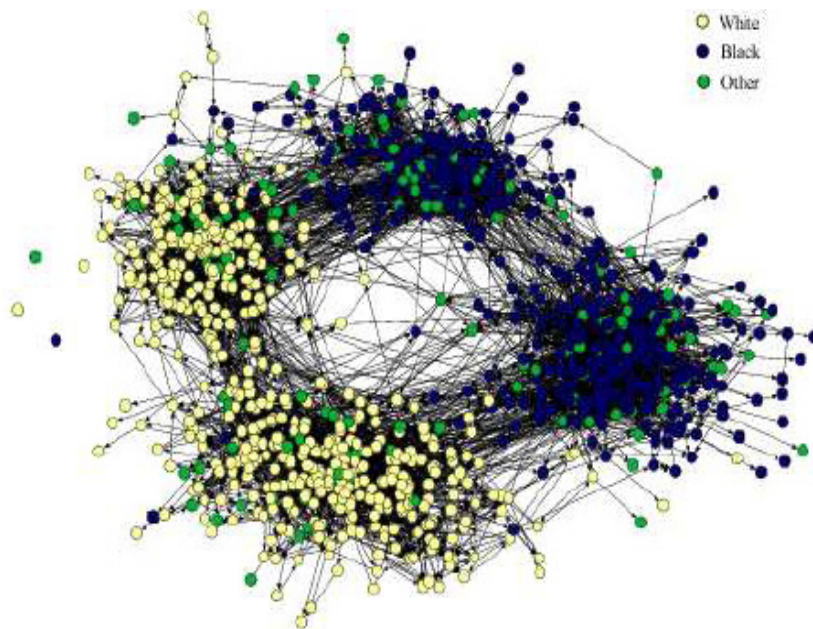


Figura 4.2 Rețeaua legăturilor de prietenie într-un colegiu american

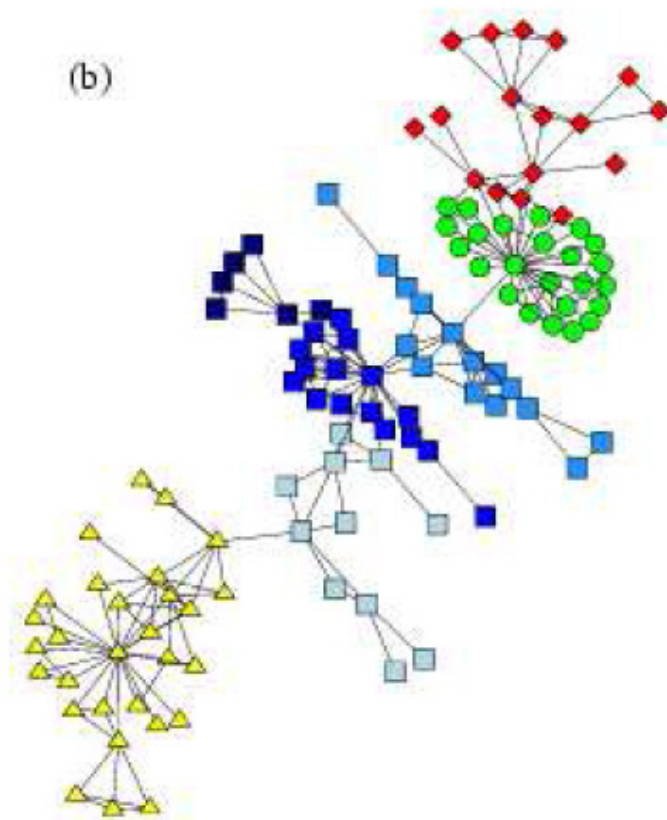


Figura 4.3 : Rețea colaborativă

În ultimii ani, modelele denumite „Small-world” ale lui Milgram au dus la un concept devenit celebru al celor „șase grade de separare”.

Datorită problemelor legate de acuratețea datelor, subiectivitatea răspunsurilor și numărul mic de eșantioane, rețelele sociale necesită un efort destul de mare în construcție și studiu. Din această cauză, o tot mai mare atenție se acordă **rețelelor colaborative**

care reprezintă rețele în care participanții colaborează în grupuri diferite, iar legăturile dintre perechile de indivizi sunt determinate de apartenența la un grup comun. De exemplu, o rețea colaborativă este cea a actorilor de film care apare în Internet Movie Database. În această rețea, actorii care apar în filme sunt considerați ca fiind conectați dacă ei apar în același film.

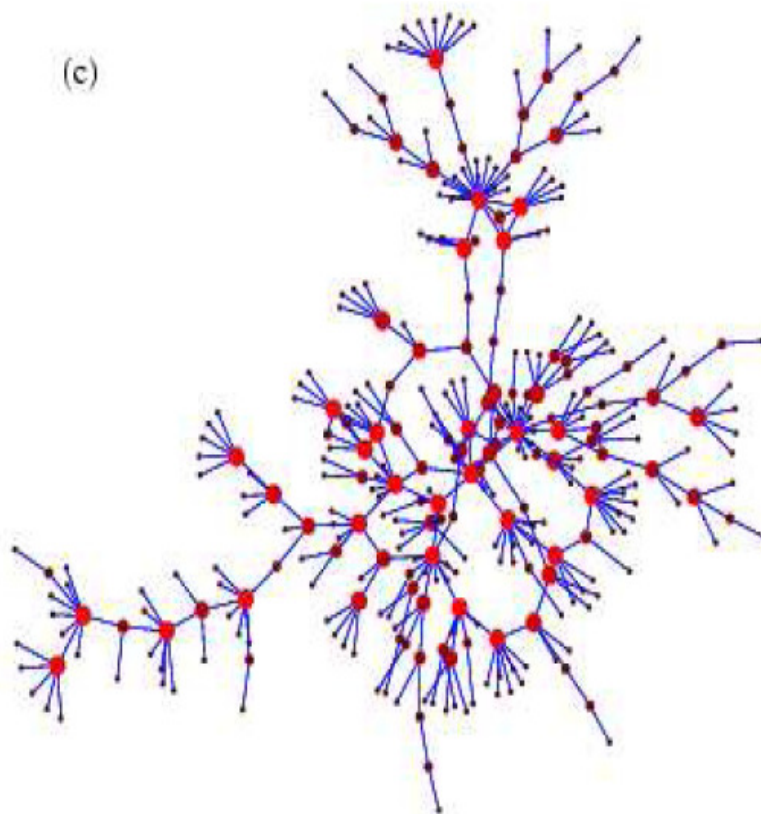


Figura 4.4: Rețeaua contactelor sexuale într-un campus
studentesc

O altă rețea colaborativă este cea a directorilor de companii, doi directori fiind legați între ei dacă aparțin aceluiași Consiliu de directori.

Un alt tip de rețea socială este **rețeaua comunicațională**. În cadrul acesteia, fiecare arc (orientat) între doi oameni reprezintă un mesaj transmis prin poștă, telefon sau e-mail de la unul la celălalt. De exemplu, într-o rețea a telefoanelor date, numărul de vârfuri ale grafului care corespunde unui număr de telefon, este enorm, ajungând la 50 de milioane, cea mai mare rețea după cea a World Wide Web (Aiello ș.a.). Ebel ș.a. au reconstruit experimentul lui Milgram în cazul mesajelor e-mail transmise între 500 de studenți de la universitatea din Kiel, Germania. În această rețea, vârfurile sunt adrese de e-mail, iar arcele orientate reprezintă mesaje transmise de la un student la altul. S-a observat, în acest caz că regula celor șase grade de separare se menține și în cazul unei astfel de rețele.

4.2.2 Rețele informaționale

O altă categorie de rețele este cea a rețelelor informaționale (sau de cunoaștere). Exemplul cel mai des întâlnit este cel al rețelei citărilor între articolele științifice. Vârfurile acestei rețele sunt articole, iar un arc orientat de la articolul A la articolul B arată că A citează pe B. Rețelele de acest tip sunt aciclice deoarece o lucrare citată nu poate, la rândul său, să citeze o altă lucrare în care este citată deoarece ea nu este încă scrisă. Rețelele de citări sunt o sursă importantă de date pentru studiile statistice ale rețelelor datorită

abundenței și acurateței datelor oferite. Astfel de date l-au condus pe Alfred Lotka la descoperirea, în 1926 a așa-numitei Legi a Productivității Științifice. Conform acestei legi, distribuția numărului de lucrări științifice scrise de un om de știință urmează o lege de tip putere. Deci numărul de oameni de știință care au scris k lucrări scade cu $k^{-\alpha}$ pentru o anumită constantă α . Această lege s-a constatat că se aplică nu numai în acest domeniu, dar și în alte domenii cum ar fi artele sau medicina.

Un alt exemplu de rețea informațională o reprezintă **World Wide Web** care este o rețea de pagini Web conținând informații, legate între ele prin hiperlinkuri de la o pagină la alta. WWW nu se confundă cu Internetul, care reprezintă rețeaua fizică de calculatoare legate împreună prin fibre optice și alte tipuri de conexiuni.

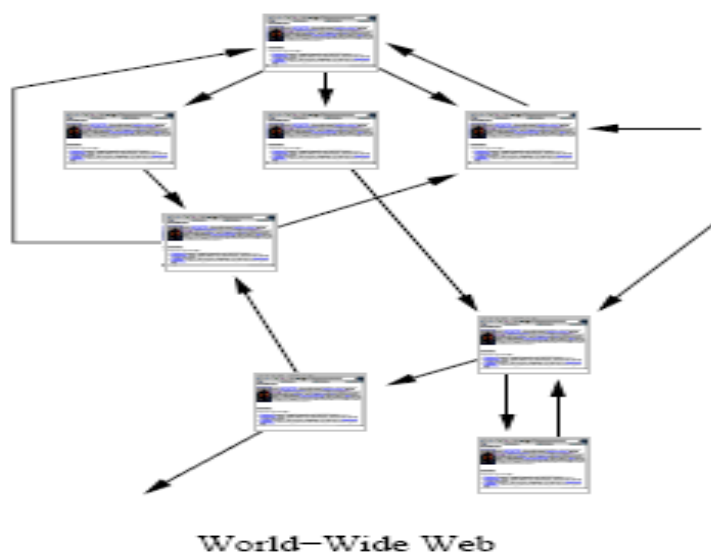


Figura 4.5 : Rețeaua WWW

WWW este o rețea ciclică; nu există o relație de ordine naturală între site-uri și nici o regulă care să prevină apariția de bucle închise. În ultimul timp, WWW este intens studiat, având o serie de proprietăți interesante.

Tot în categoria rețelelor informaționale se includ și **rețelele peer-to-peer** care sunt rețele virtuale de calculatoare ce împart între ele fișiere apelate de utilizatori plasați într-o rețea locală. Rețeaua relațiilor între clasele de cuvinte dintr-un tezaur este utilizată în definirea de ontologii și găsirea sensului celui mai potrivit al unui concept care reprezintă o idee. **Rețelele semantice** (Semantic Web) sunt astăzi intens studiate deoarece ele permit reprezentarea structurii unui limbaj și, prin aceasta, ajută la realizarea corespondențelor dintre limbaje în traducerea automată.

Rețelele preferențiale reprezintă rețele informaționale bipartite. O rețea preferențială este rețeaua care are două tipuri de vârfuri reprezentând indivizi și obiecte preferate, cum ar fi cărți, filme etc., cu o latură conectând fiecare individ cu cărțile sau filmele preferate. Laturile acestor rețele preferențiale sunt ponderate în funcție de intensitatea acestor preferințe. Prin intermediul algoritmilor de filtrare colaborativă și a sistemelor de recomandare se pot determina liste de obiecte preferate de doi sau mai mulți indivizi în același timp. Astfel de rețele au multiple aplicații în comerțul electronic.

4.2.3 Rețele tehnologice

A treia clasă de rețele sunt cele tehnologice care sunt realizate de om și utilizate, în general, pentru distribuția unor produse sau resurse, cum ar fi electricitatea, apa sau informația. **Rețelele electrice** se pot întinde pe tot cuprinsul unei țări sau chiar continent. Astfel de rețele tehnologice sunt rețeaua de drumuri, căi ferate sau chiar a străzilor dintr-un oraș. Rețeaua de râuri poate fi considerată o rețea naturală, dar dacă ea este folosită pentru transportul de mărfuri, devine o rețea tehnologică.

O rețea tehnologică mult studiată este **Internetul** care reprezintă rețeaua de conexiuni fizice între calculatoare. Deoarece există un număr extrem de mare de calculatoare conectate la Internet, număr care este în continuă creștere, structura acestei rețele este, de obicei, studiată la nivelul rutelor, calculatoarelor cu scopuri speciale (provider) sau al controlului fluxurilor de date.

O rețea autonomă (Intranet) este cea care conectează un grup de calculatoare locale între care fluxurile de date sunt transmise cu ajutorul Internetului. Calculatoarele unei universități pot forma un sistem autonom (Intranet) care poate avea conexiuni interne dar și

externe.

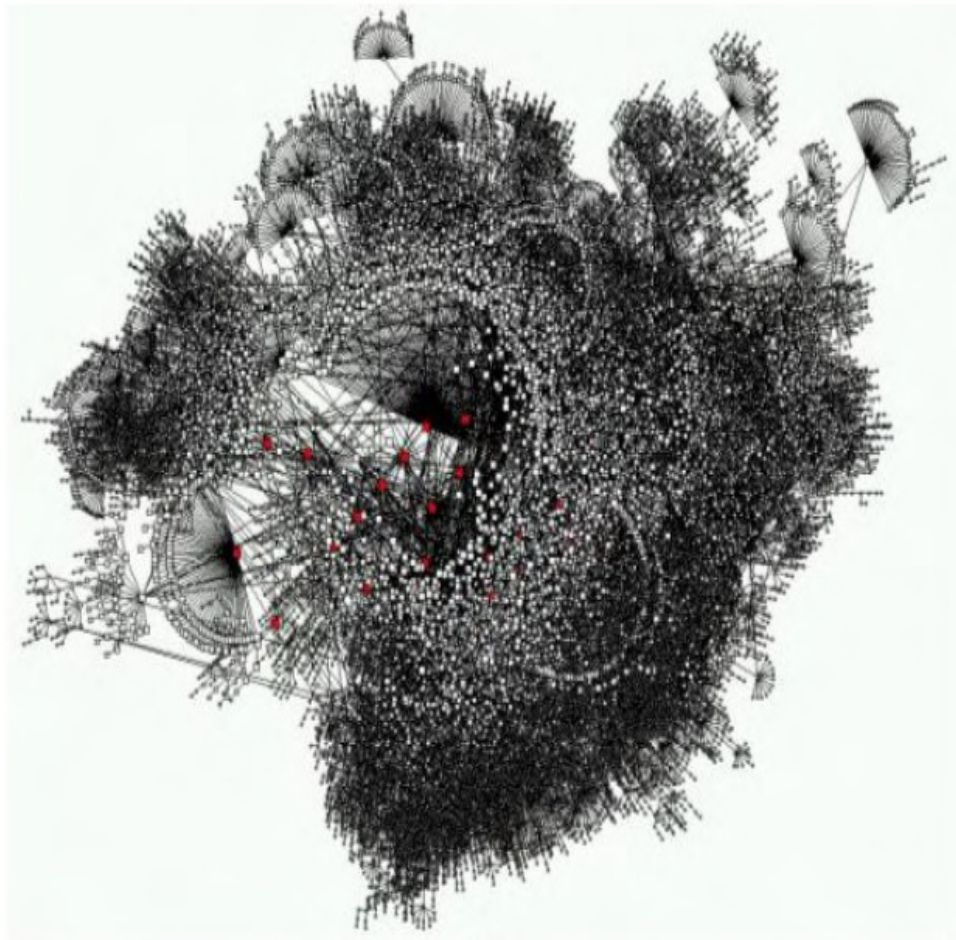


Figura 4.6 Rețeaua Internet

4.2.4 Rețele biologice

Un mare număr de sisteme biologice pot fi reprezentate ca rețele complexe. Un exemplu îl reprezintă **rețeaua metabolică**, în care vârfurile sunt diferite substanțe, iar arcele unesc acele vârfuri

între care există o reacție metabolică ce duce la apariția unui produs. Individul este alcătuit dintr-o rețea gigantică de tip metabolic.

O altă rețea este cea **genetică**. O genă, care conține un cod genetic dat de ordinea proteinelor conținute, poate fi controlată de prezența altor proteine, care sunt activatori sau inhibitori, astfel încât genomul însuși formează o rețea ale cărei vârfuri sunt reprezentate de proteine și arce reprezintă dependența de producția de proteine din celelalte vârfuri. Rețelele genetice reprezintă încă un domeniu de studiu și cercetare pentru viitor, deoarece încă nu sunt clarificate toate dependențele dintre proteinele ce alcătuiesc codul genetic.

Un alt tip de rețea biologică este reprezentat de **ecosisteme** în care vârfurile sunt speciile din cadrul ecosistemului iar arcele orientate de la specia A la specia B indică faptul că A îl hrănește pe B.

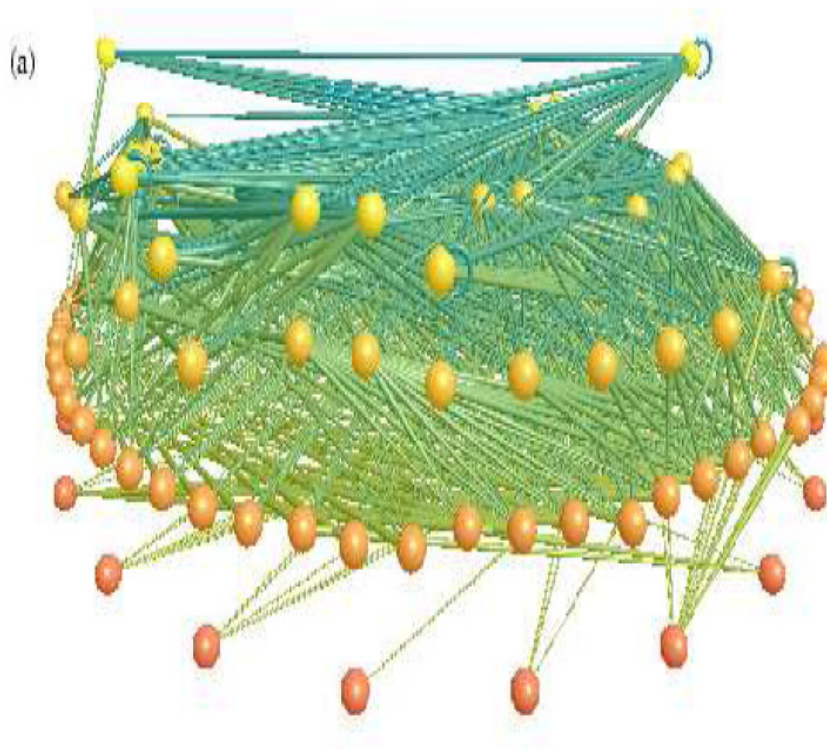


Figura 4.7 Rețeaua unui ecosistem

Rețelele neurale reprezintă un alt tip de rețea biologică de o importanță foarte mare. Structura acestei rețele a creierului uman este încă un subiect intens de studiu în științele creierului.

4.3 Proprietățile rețelelor complexe

Studiul rețelelor complexe necesită o varietate de tehnici și metode cu ajutorul cărora să înțelegem și să putem face previziuni

privind comportamentul sistemelor complexe care le conțin. În continuare vom introduce câteva dintre proprietățile rețelelor complexe sub forma unor măsuri cu ajutorul cărora putem exprima formele interconexiunilor dintre diferitele elemente componente ale sistemelor complexe. După aceea, ne vom referi la modalitățile de utilizare ale acestor proprietăți cantitative în studiul teoretic și empiric al rețelelor complexe.

Pentru a fixa lucrurile, în termeni matematici, o rețea este un graf în care vârfurile (nodurile) și laturile (arcele) au valori asociate lor. Un graf G este definit de o pereche de mulțimi $G=\{V, E\}$, unde V este mulțimea vârfurilor, notate cu $v_1, v_2, \dots, v_n$ și E este o mulțime de laturi care conectează perechile de vârfuri v_i, v_j aparținând lui V . O mulțime de vârfuri unite de laturi este cel mai simplu tip de rețea.

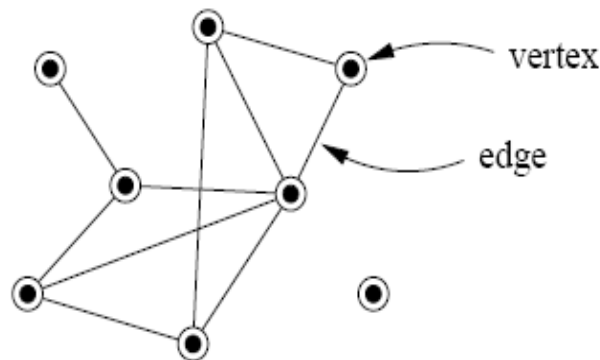


Figura 4.8 Un graf cu opt vârfuri

Rețelele pot fi însă mult mai complicate. De exemplu, pot exista mai multe tipuri de vârfuri sau mai multe tipuri de laturi. De

asemenea, vârfurile pot avea anumite proprietăți. De asemenea, laturile pot fi orientate (caz în care se numesc arce) iar grafele cu astfel de arce se numesc digrafe sau grafe direcționate. Arcele sau chiar și laturile pot avea ponderi înscrise pe ele, ponderi care pot indica diferite lucruri ce caracterizează legătura dintre vârfuri (mărimea unui flux, intensitatea unei relații, probabilitatea de realizare a conexiunii etc.).

În figura 4.9 se reprezintă diferite tipuri de rețele.

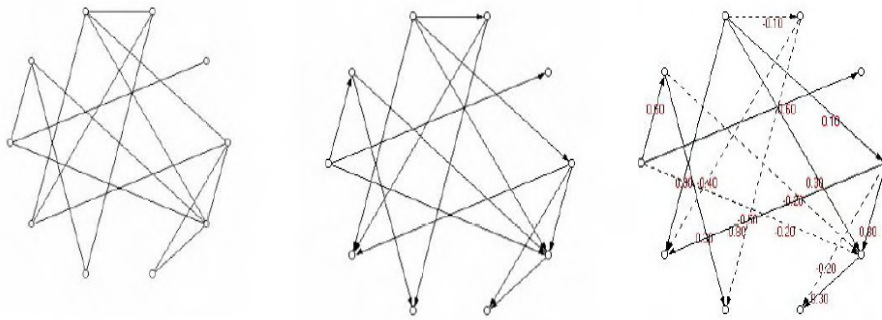


Figura 4.9 Diferite tipuri de rețele

4.3.1 Microscara și macroscara

Atunci când abordăm rețelele complexe, putem să o facem la microscară sau macroscară. Din punct de vedere **microscopic**, interesul se va îndrepta către rolul jucat de vârfuri în contextul general al rețelei. Din această perspectivă, au fost introduse o serie de măsuri ale centralității vârfurilor și ale rolurilor jucate de către

acestea. De exemplu, gradul unui vârf corespunde cu numărul de legături care ajung la acesta, iar distanța medie este o măsură a distanței măsurată ca cel mai mic număr de arce necesare pentru a trece de la un vârf la altul. Un alt indicator, coeficientul de clusterizare al unui vârf, măsoară numărul de legături dintre vecinii unui vârf dat. În sfârșit, o altă măsură interesantă o reprezintă „betweenness-ul” unui vârf care corespunde numărului de drumuri de lungime minimă dintre fiecare pereche de vârfuri dintr-o rețea care merg la un nod de referință.

Pe de altă parte, la nivel **macroscopic**, atunci când avem de-a face cu rețele foarte mari, rolul jucat de vârfurile individuale nu mai prezintă interes, astfel că se preferă o caracterizare statistică a rețelei. La nivel de macroscară sunt studiate cantități medii, cum ar fi gradul mediu al vârfurilor, distanța medie dintre vârfuri, coeficientul mediu de clusterizare, diametrul rețelei, măsurat ca distanța maximă dintre vârfuri. O altă caracterizare statistică a rețelelor complexe se poate face cu ajutorul distribuției gradelor, al încărcării acestora sau al corelațiilor.

4.3.2 Conectivitatea

Gradul în care vârfurile unei rețele sunt conectate direct se numește **conectivitate**. O rețea cu o conectivitate înaltă are un număr mare de laturi în raport cu numărul de vârfuri. Pentru a calcula conectivitatea unei rețele cu N vârfuri și k laturi, avem:

$$C = \frac{k}{N(N-1)}$$

4.3.3 Distribuția gradelor

Gradul unui vârf într-o rețea este dat de numărul de laturi sau conexiuni ale unui nod. Funcția de distribuție $P(k)$ dă probabilitatea ca un vârf ales aleatoriu să aibă exact k laturi. Reprezentarea lui $P(k)$ pentru o rețea complexă formează o histogramă a gradelor asociate vârfurilor, aceasta reprezentând distribuția gradelor sau numărul de vârfuri care au același număr de laturi din rețea.

4.3.4 Drumul mediu de lungime minimă

Lungimea drumului mediu, l , reprezintă numărul mediu de laturi sau conexiuni dintre vârfuri, care trebuie să fie străbătute pe drumul cel mai scurt dintre două vârfuri dintr-o rețea.

Acest număr se calculează cu ajutorul relației:

$$l = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N l_{\min}(i, j)$$

unde $l_{\min}(i,j)$ este distanța minimă dintre vârfurile v_i și v_j .

4.3.5 Diametrul rețelei

Diametrul unei rețele, D este cel mai lung drum minim din rețea. Diametrul este definit ca:

$$D = \max_{i,j} l_{\min}(i, j)$$

4.3.6 Coeficientul de clusterizare

O proprietate comună multor rețele sociale este **clica**. Aceasta reprezintă un grup de prieteni în care fiecare membru al grupului îi cunoaște pe ceilalți membri.

Pentru un vârf dat, v_i dintr-o rețea cu k_i vecini, **gradul de clusterizare** în jurul vârfului v_i este definit ca raportul dintre numărul de legături existente în realitate cu cei k_i vecini și numărul $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$ de legături potențiale. Fie E_i numărul de legături existente între cei k_i vecini. Coeficientul de clusterizare este atunci dat de:

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{k_i(k_i-1)}$$

4.3.7 Subgrafe

Uneori în studiul rețelelor complexe apare necesitatea separării din cadrul acestora a unor părți care sunt definite prin anumite proprietăți comune ale vârfurilor și/sau laturilor. Aceste părți reprezintă subgrafe. Un graf G_i constând dintr-o mulțime de vârfuri V_i și o mulțime de laturi E_i se numește subgraf al lui $G=\{V, E\}$ dacă $V_i \subset V$ și $E_i \subset E$. cele mai simple exemple de subgrafe sunt ciclurile, arborii și subgrafele complete.

Un ciclu este o buclă închisă de k laturi, astfel încât fiecare două laturi consecutive au doar un vârf comun.

Un arbore este de ordin k dacă are k vârfuri și $k-1$ laturi și nici un subgraf al său nu este un ciclu. Gradul mediu al unui arbore de ordin k este dat de:

$$\langle k \rangle = 2 - \frac{2}{k}$$

care tinde către 2 cu cât arborele are dimensiuni mai mari.

Un subgraf complet de ordin k conține k vârfuri și toate cele $\frac{k(k-1)}{2}$ laturi posibile între acestea; cu alte cuvinte, toate vârfurile din subgraful complet sunt conectate la celelalte vârfuri.

4.3.8 Mărimea componentei gigant

În general, o rețea complexă poate conține părți care pot fi deconectate (separate) de rețea atunci când analiza o impune. Considerând un cluster de vârfuri din care se poate atinge oricare vârf al acestui cluster, acesta se numește componentă puternic conectată. Dacă cea mai mare componentă puternic conectată conține o parte finită a mulțimii vârfurilor dintr-o rețea, aceasta se numește componentă puternic conectată gigant.

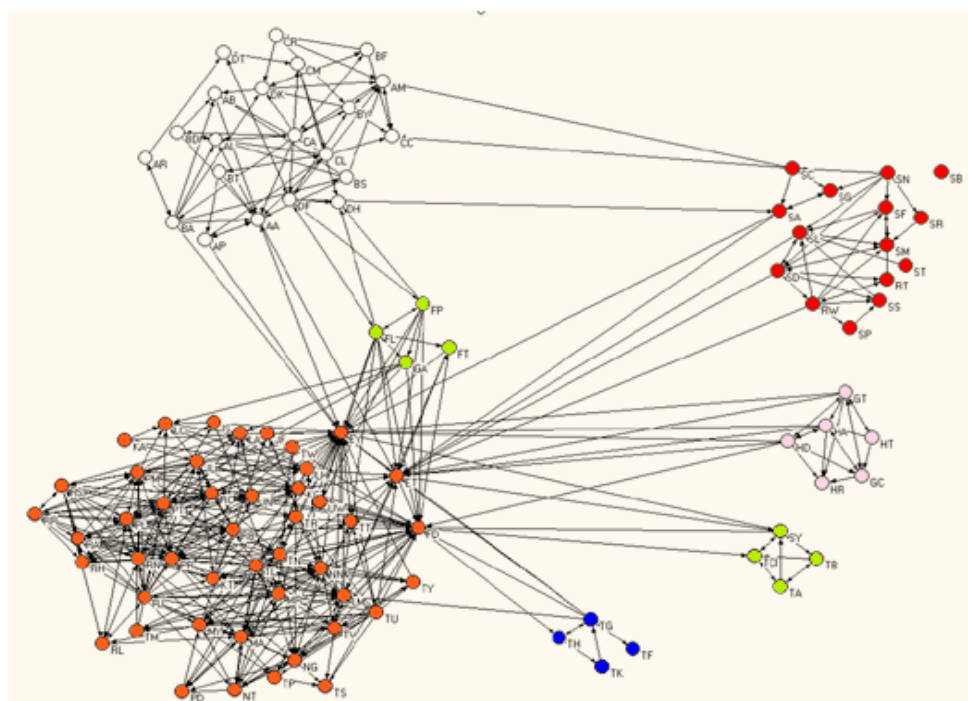


Figura 4.10 Componenta puternic conectată gigant

Clusterelor conectate obținute dintr-o rețea complexă orientată prin ignorarea direcției arcelor acestea se numesc componente slab conectate și se poate defini componenta slab conectată gigant ca aceea componentă slab conectată care are vârfurile cele mai multe.

4.3.9 Criticalitatea

Poate cea mai interesantă proprietate a rețelelor complexe o constituie criticalitatea acestora. Aceasta presupune existența unui prag critic începând de la care se formează componentele gigant. Sub

acest prag, rețeaua există sub forma unor subgrafe deconectate. Peste acest prag, graful se transformă într-un cluster complet conectat.

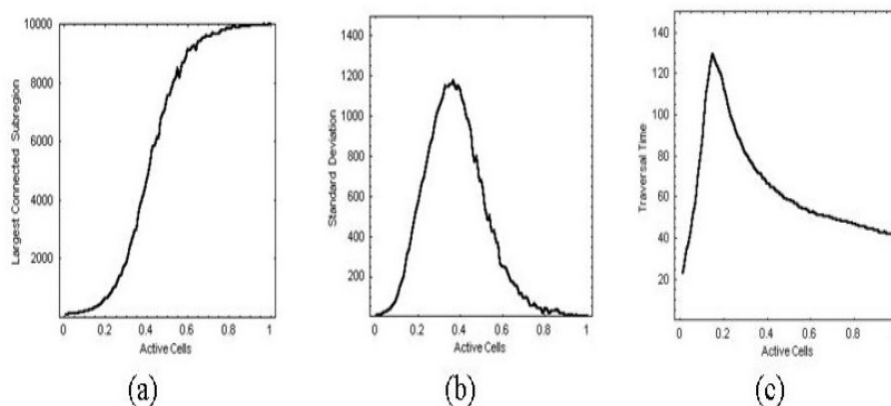


Figura 4.11 Fenomene critice în rețele complexe

În figura 4.11 (a) este reprezentată creșterea numărului de componente ale rețelei iar în figura 4.11 (b) și 4.11 (c) sunt date caracterizări statistice ale rețelei respective (Abaterea standard și, respectiv, Timpul de traversare)

4.4 Modelarea evoluției rețelelor complexe

Realizarea rețelelor complexe reale necesită un efort deosebit deoarece sunt, de cele mai multe ori, necesare foarte multe date și informații care sunt culese în condițiile în care însăși rețeaua poate evolua. Din această cauză, s-a pus problema obținerii de rețele complexe cu anumite proprietăți fără să fie necesară culegerea și prelucrarea datelor. Astfel au apărut modelele rețelelor sociale,

instrumente cu ajutorul cărora putem studia proprietățile rețelelor existente în realitate fără a face efortul implicat de culegerea de date.

Vom prezenta în continuare câteva astfel de modele mai bine cunoscute din domeniul rețelelor sociale complexe.

4.4.1 Modelul grafelor aleatoare (Erdős și Renyi)

Modelul minimal al grafelor aleatoare are N noduri (vârfuri) legate între ele prin arce sau laturi plasate între perechi de vârfuri alese aleator.

Fie $G_{N,p}$ graful în care între două vârfuri există un arc cu o probabilitate egală cu p . De fapt, $G_{N,p}$ reprezintă o mulțime de grafe cu N vârfuri, în care fiecare graf are o anumită probabilitate de apariție a laturilor.

Vom exprima proprietățile lui $G_{N,p}$ în funcție de p , care este gradul mediu al unui vârf, adică numărul mediu de laturi incidente aceluși vârf.

Numărul de arce dintr-un graf aleator este dat de $\frac{N(N-1)p}{2}$

iar numărul de terminații ale laturilor este 2 , deoarece fiecare latură are două puncte terminale (două vârfuri în care începe și se termină). Astfel, vom avea un număr de $N/2$ astfel de terminații.

Atunci gradul mediu al unui vârf oarecare se scrie:

$$z = \frac{N(N-1)p}{N} = (N-1)p \cong Np$$

deoarece N este foarte mare.

Deci, dacă cunoaștem numărul de vârfuri N , atunci orice proprietate care poate fi exprimată în funcție de acesta poate fi exprimată și în funcție de gradul mediu al unui vârf, z . z se mai numește și *număr de coordonare al rețelei*.

Probabilitatea p_k ca un vârf dintr-o rețea aleatoare să aibă gradul egal exact cu k este dată de distribuția de probabilitate binomială:

$$p_k = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

unde $\binom{N}{k}$ reprezintă simbolul pentru C_N^k .

Atunci când numărul de vârfuri din rețea, N este mult mai mare decât kz , distribuția de probabilitate a gradelor medii ale vârfurilor devine:

$$p_k = \frac{z^k e^{-z}}{k!}$$

care este distribuția de probabilitate Poisson.

Se poate arăta că grafele aleatoare au anumite proprietăți interesante. De exemplu, dacă o persoană A dintr-un astfel de graf are z vecini și fiecare vecin al său are, de asemenea, z vecini, atunci A are z^2 vecini de ordinul doi. Extinzând argumentația, A are z^3 vecini de ordinul trei, z^4 vecini de ordinul patru ș.a.m.d. Deoarece multe persoane au între 100 și 1000 de cunoștințe, rezultă că z^4 este între 10^8 și 10^{12} (dacă $z = 100 = 10^2$ atunci $z^4 = 10^8$ și dacă $z = 1000 = 10^3$ atunci $z^4 = 10^{12}$) mărimi care sunt comparabile cu întreaga populație a omenirii.

Notând cu S gradul de separare care constituie puterea lui z pentru care se poate atinge întreaga populație, atunci $z^S = N$, de unde obținem prin logaritmare $S = \log N / \log z$. Creșterea logaritmică a numărului de grade de separare odată cu creșterea mărimii rețelei complexe se numește *efect de lume mică* (*small-world effect*) și este una dintre cele mai interesante proprietăți ale unor astfel de rețele. Deoarece $\log N$ crește lent odată cu creșterea lui N , rezultă că numărul de grade de separare rămâne mic chiar și în condițiile în care N devine foarte mare.

De exemplu, Albert ș.a. (1999) studiază proprietățile rețelei de hyperlinkuri dintre site-urile WWW. Ei estimează că deși numărul de documente este $N \cong 8 \times 10^8$, distanța medie dintre documente (numărul mediu de arce care unesc oricare dintre site-uri) este în jur de 19, iar gradul de separare este între 4 și 5.

O altă proprietate a grafelor aleatoare ca modele ale rețelelor sociale complexe se referă la faptul că cercurile de cunoștințe ale

persoanelor tind să se suprapună în mare parte. Prietenii prietenilor tăi pot fi și prietenii tăi. Acest lucru face ca în rețelele sociale reale să nu fie adevărat că o persoană are z^2 vecini de ordinul doi, deoarece multe dintre aceste persoane se regăsesc și printre vecinii de ordinul unu ai lui A. o astfel de proprietate se numește *clusterizarea rețelelor*. Un graf aleatoriu nu are proprietatea de clusterizare deoarece probabilitatea ca doi dintre prietenii lui A să fie prieteni unul cu celălalt nu este mai mare decât probabilitatea ca două persoane alese aleatoriu să fie prieteni. Pe de altă parte, clusterizare apare în mod clar într-un număr de rețele complexe reale.

Știm că coeficientul de clusterizare, C a fost definit ca fracția medie a perechilor de vecini ai unui vârf care sunt, de asemenea, vecini unul cu celălalt. Într-o rețea complet conectată, deci în care fiecare vârf este conectat cu toate celelalte, $C = 1$; într-un graf aleator însă $C = z/N$, care este foarte mic pentru rețele de dimensiuni mari.

O altă diferență dintre grafele aleatoare și rețelele reale este în ceea ce privește distribuția gradelor care, în cazul rețelelor foarte mari este de tip Poisson în cazul primelor și o distribuție de tip putere în cazul al doilea. O distribuție a gradelor de tip putere este de forma:

$$p_k \cong k^{-\alpha}$$

unde α este un număr real mai mare ca zero.

În tabelul 4.1 se dau câteva valori măsurate și reale ce arată diferențele care există între rețelele aleatoare și cele reale.

Tabelul 4.1: Numărul de vârfuri, N , gradul mediu z și coeficientul de clusterizare C pentru un număr de rețele.

REȚEAUA	N	z	Coeficient de clusterizare C	
			Măsurat	Graf aleator
Internet	6374	3.8	0.24	0.00060
WWW	153127	35.2	0.11	0.00023
Rețea electrică	4941	2.7	0.080	0.00054
Rețea ecologică	1520251	15.5	0.081	0.000010
Colaborare matematică	253339	3.9	0.15	0.000015
Colaborare între actori	449913	113.4	0.20	0.00025
Directori de companii	7673	14.4	0.59	0.0019
Co-apariția cuvintelor	460902	70.1	0.44	0.00015
Rețea neuronală	282	14.0	0.28	0.049
Rețea metabolică	315	28.3	0.59	0.090
Rețea de hrană	134	8.7	0.22	0.065

Rețelele aleatoare se pot realiza și cu ajutorul calculatorului, plecând de la o latice (o mulțime de puncte uniform distribuite, de exemplu sub formă de cerc) între care se duc arce prin alegerea aleatoare a două puncte ale laticii. În figura 4.12 se reprezintă un astfel de graf aleator obținut dintr-o latice cu probabilitățile de conectare p_k egale cu 0.0, 0.05, 0.10 și, respectiv, 0.15.

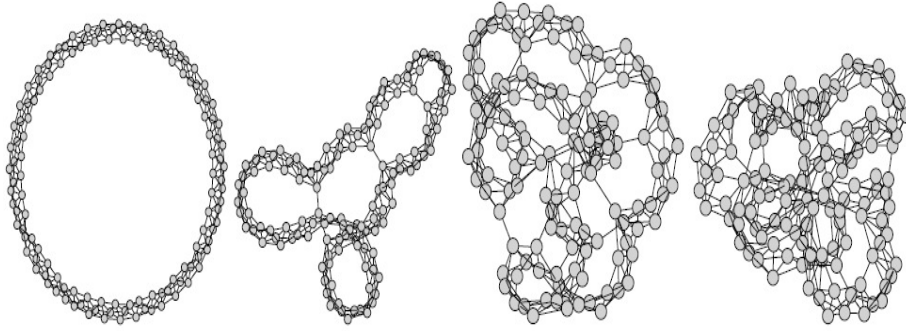


Figura 4.12

Se observă că cu cât p_k este ales mai mare graful își pierde caracterul de latice și se apropie tot mai mult de forma unui graf aleator. De fapt, pentru o valoare relativ mică a lui p_k , graful are o distanță medie scurtă între vârfuri fără o schimbare apreciabilă a gradului de clusterizare.

Acest lucru explică efectul de lume mică despre care am mai vorbit și care a dus la apariția unei alte clase de modele ale rețelelor.

4.4.2 Modelul rețelelor lumii mici

Către sfârșitul anilor 60 ai secolului trecut, Milgram (1967) a efectuat un experiment devenit faimos. Deși nu exista o rețea fizică în spatele acestui experiment, rezultatele arată forța deosebită a structurii rețelelor sociale complexe. În esență, experimentul examinează lungimea drumurilor dintre vârfurile unei rețele sociale, cerându-se participanților la acest experiment să trimită o scrisoare

unuia dintre cunoscuții săi direcți, cu rugămintea ca aceasta să fie transmisă mai departe în același mod, până când își atinge ținta, reprezentată de un destinatar final. Deși multe scrisori s-au pierdut pe drum și nu au mai ajuns la destinație, aproape un sfert dintre ele și-au atins ținta. În medie, o scrisoare a trebuit să treacă prin mâinile a cinci sau șase persoane până când a ajuns la destinație. Acest experiment a reprezentat sursa popularului concept de „șase grade de separare”.

Existența efectului de lume mică, demonstrat de experimentul de mai sus, era cunoscută încă înainte ca acesta să fie efectuat. Ideea apare într-o povestire scurtă a „Chains” a scriitorului maghiar Frigyes Korinthy, publicată în 1929, iar manuscrisul matematicienilor Pool și Kochen care a circulat ca un preprint cu un deceniu înainte de efectuarea experimentului lui Milgram făcea referire la acest efect fără însă a-i da un nume.

Dacă considerăm o rețea neorientată și l este distanța medie geodezică (cea mai scurtă) dintre perechile de vârfuri ale rețelei, atunci:

$$l = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i \geq j} d_{ij}$$

unde d_{ij} reprezintă distanța geodezică de la vârful i la vârful j . Se observă că în această medie se include și distanța la un vârf la al însuși (care este zero).

În tabelul 4.2 sunt date distanțele medii geodezice pentru câteva tipuri de rețele complexe.

Tabelul 4.2

TIPUL DE REȚEA	N (Numărul de vârfuri)	M (Numărul de arce)	L (Distanța medie geodezică)
Rețeaua actorilor de film	449913	25316482	3.48
Directori de companii	7673	55392	4.60
Mesaje e-mail	59912	86300	4.95
Internet	10697	31992	3.31
Rețea de căi ferate	587	19603	2.16
Rețea metabolică	765	3686	2.56
Rețea neuronală	307	2359	3.97
Rețea ecologică submarină	135	598	2.56
Relații interstudenți	573	477	16.01

Studiile făcute pe diferite tipuri de rețele reale au arătat că efectul de lume mică este aproape general. În tabelul 4.2 se prezintă câteva valori calculate ale lui L și se observă că pot exista și rețele în care efectul de lume mică să nu apară. Chiar dacă el nu apare la nivelul întregii rețele, ca în cazul rețelei de relații dintre studenți, acest efect este prezent la nivelul componentei gigant a rețelei respective. Această componentă gigant reprezintă subrețeaua formată de cel mai numeros grup de prieteni care poate fi extras din mulțimea totală a studenților.

Efectul de lume mică are implicații mari asupra dinamicii proceselor care se petrec într-o rețea. De exemplu, dace consideră

procesul de difuzare a informației sau al oricărui lucru din cadrul rețelei, efectul de lume mică implică faptul că acest proces se desfășoară cu o viteză mare în cadrul întregii rețele. Vor fi necesari maximum șase pași pentru ca informația să ajungă la orice vârf din cadrul rețelei. Acest efect se aplică nu numai informației, dar și rețelelor Internet, în care sunt necesare maximum șase calculatoare provider prin care un pachet de informații trebuie să treacă pentru a ajunge la orice destinatar din rețea, numărului de pași necesari pentru a străbate lumea utilizând rețeaua de aeroporturi, de exemplu, timpului necesar unei boli molipsitoare pentru a se răspândi în întreaga populație a unei regiuni etc.

4.4.3 Modelul rețelelor libere de scală

Am arătat mai sus că în cazul rețelelor reale de dimensiuni mari, distribuția gradelor este de tip putere, $p_k = k^{-\alpha}$, unde α reprezintă un coeficient pozitiv adimensional. Cel mai vechi exemplu de rețea în care avem o astfel de distribuție este cea construită de Price plecând de la citările între lucrările științifice menționate în revistele ISI. El a găsit o valoare a lui α egală cu 2.5 până la 3 și a reprezentat distribuția de tip putere a numărului de citări bibliografice din fiecare lucrare apărută în reviste ISI într-un interval de zece ani.

Mai recent, distribuția gradelor de tip lege a puterii a fost observată și în alte rețele, cum ar fi WWW, Internetul, rețelele metabolice, rețeaua apelurilor telefonice etc.

O altă formă funcțională găsită pentru distribuția gradelor este cea exponențială, $p_k = e^{-\alpha}$, care a fost descoperită, de exemplu, în cazul rețelelor electrice, rețelelor de căi ferate, rețeaua actorilor, rețele colaborative ș.a.

Și în acest caz se poate observa că dacă distribuția gradelor are o formă particulară, de tip putere sau exponențială, pentru o rețea în ansamblul ei, subrețele specifice ale acesteia pot avea alte forme funcționale. De exemplu, WWW are o distribuție a gradelor de tip putere în general, dar o distribuție uniformă în cazul subdomeniilor.

În figura 4.13 sunt reprezentate distribuții ale gradelor cumulative pentru șase rețele diferite. Pe axa orizontală a fiecărei figuri se reprezintă gradul vârfului k , iar pe axa verticală este reprezentată probabilitatea cumulativă a gradelor, deci acel număr de vârfuri care au gradul mai mare sau egal cu k .

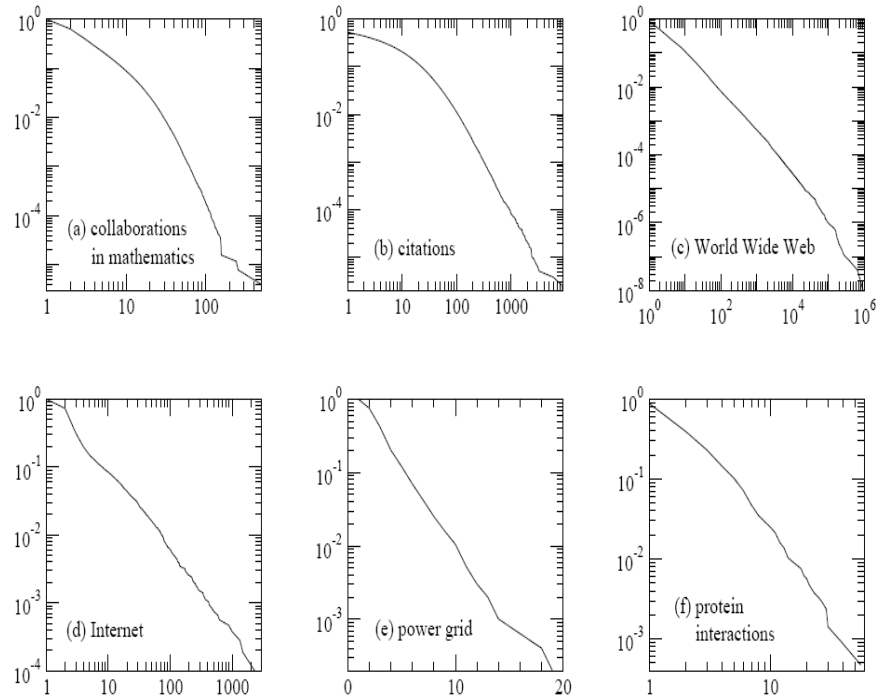


Figura 4.13 (a) reprezintă rețeaua colaborativă a matematicienilor; (b) rețeaua citărilor între 1981 și 1997 a tuturor lucrărilor catalogate ISI; (c) o submulțime de 300 milioane de vârfuri ale WWW din 1999; (d) Internetul ca sistem autonom, în aprilie 1999; (e) rețeaua electrică din vestul SUA; (f) rețeaua interacțiunilor dintre proteine într-o rețea metabolică.

Cel mai cunoscut model al unei rețele libere de scală este modelul **Barabasi – Albert** în care se introduc două elemente dinamice esențiale: creșterea și conectarea preferențială. Pe de o parte, rețeaua este supusă permanent unui proces de creștere, începând cu un mic număr de vârfuri complet conectate ($C = 1$). Pe

de altă parte, creșterea are loc în așa fel încât vârfurile nou introduse în rețea sunt legate preferențial de acele ârfuri care au cele mai multe conexiuni. În figura 4.14 se reprezintă acest proces de creștere prin conexiuni preferențiale.

O implicație majoră a acestui fapt este că apare un număr mic de vârfuri puternic conectate (hub-uri), în timp ce marea majoritate a vârfurilor are o conectivitate foarte mică. Aceste huburi joacă un rol crucial în multe rețele deoarece rețeaua este foarte sensibilă la atacuri intenționate dacă țintele sunt aceste huburi, dar este foarte robustă la atacuri aleatoare, în care vârfurile țintă sunt alese aleatoriu.

Faptul că rețelele sociale sunt libere de scală, ca și multe alte rețele informaționale, tehnologice sau biologice, demonstrează existența unei similitudini uimitoare între sistemele adaptive complexe din natură, tehnică sau societate.

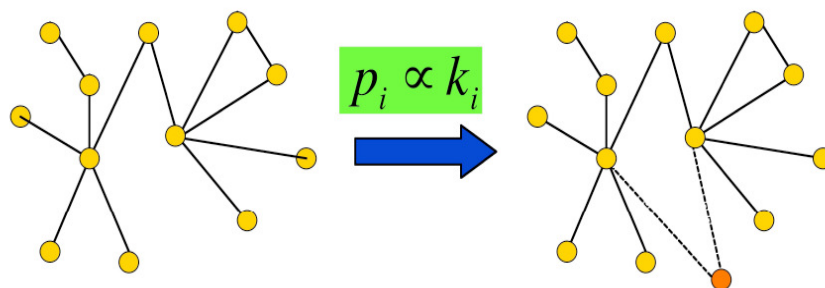


Figura 4.14

4.5 Aplicații ale rețelelor complexe în economie și finanțe

Apariția și dezvoltarea studiului rețelelor complexe a dus la multiple aplicații ale proprietăților acestora în analiza economiilor sau ale unor părți ale acestora ca sisteme având o structură de rețea socială complexă.