GESTIUNEA STOCURILOR

1. Introducere în problematica stocurilor

1.1. Stocurile într-un sistem de producție

În activitatea curentă a agenților economici apar probleme operative de producție, de planificare sau proiectare, care se cer rezolvate în aşa fel încât ele să corespundă unui anumit scop, de exemplu: un program de producție realizat cu beneficii cât mai mari, cu cheltuieli cât mai mici sau într-un timp cât mai scurt etc.

Pornind de la anumite date cunoscute, caracteristice procesului economic, respectiv: beneficii unitare, coeficienți tehnologici, disponibil de resurse, cheltuieli unitare, consumuri specifice etc., se pot formula probleme care să țină seama de scopul agenților economici atunci când porneşte procesul tehnologic.

Teoria stocurilor a apărut din necesitatea asigurării unei aprovizionări ritmice şi cu cheltuieli minime a stocurilor de materii prime şi materiale în procesul de producție, sau a stocurilor de produse finite şi bunuri de larg consum în activitatea de desfacere a mărfurilor.

STOCURILE reprezintă cantități de resurse materiale sau produse (finite sau într-un stadiu oarecare de fabricație) acumulate în depozitele de aprovizionare ale unităților economice într-un anumit volum şi o anumită structură, pe o perioadă de timp determinată, în vederea unei utilizări ulterioare.

Pe perioada respectivă resursele materiale sunt disponibile, dar nu sunt utilizate, deci sunt neactive, scoase din circuitul economic, sau care prelungesc acest circuit (aspect considerat negativ).

Stocul este o rezervă de material destinat să satisfacă cererea beneficiarilor, aceştia identificându-se, după caz, fie unei clientele (stoc de produse finite), fie unui serviciu de fabricație (stocuri de materii prime sau de semifabricate), fie unui serviciu de întreținere (articole de consum curent sau piese de schimb), fie unui serviciu de după vânzare (piese detaşate).

Tratarea procesului de stocare ca proces “obiectiv necesar” se impune, nu numai ca urmare a naturii economice a acestuia, ci şi pentru că realizarea lui atrage cheltuieli apreciabile, concretizate în afectarea unor importante spații de depozitare-păstrare, de utilaje pentru transport-depozitare, de fonduri financiare etc.

Deşi diferite, procesele de stocare au totuşi o serie de caracteristici comune, dintre care esențială este acumularea unor bunuri în scopul satisfacerii cererii viitoare. O problemă de teoria stocurilor există doar atunci când cantitatea resurselor poate fi controlată şi există cel puțin o componentă a costului total care scade pe măsură ce cantitatea stocată creşte.

Evoluția nivelului stocului este interesantă din două puncte de vedere:

a) din punctul de vedere al *producătorului,* care este preocupat de valoarea medie a nivelului stocului, deoarece această valoare permite cunoaşterea imobilizării totale a stocului şi scopul producătorului va fi reducerea imobilizării la valoarea sa minimă;

b) din punctul de vedere al *beneficiarului,* care dorind să fie satisfăcut imediat, apreciază că trebuie să evite, în măsura posibilităților, rupturile de stoc. Obiectivul beneficiarului va fi reducerea la minim a riscului de ruptură de stocuri.

Aceste două puncte de vedere sunt contradictorii: riscurile de ruptură de stocuri nu sunt reduse decât dacă imobilizările sunt foarte mari. Este deci necesar să se stabilească un echilibru, obiectivul conducerii stocului constând în căutarea acestui echilibru.

1.2. Importanța stocurilor în procesul de producție

Procesul de producție propriu-zis este supus în mod aleator unei sume de perturbații cum ar fi: instabilitatea personalului, prezența rebuturilor, existența timpilor morți datorați defectării utilajelor etc.

În felul acesta, producția devine un rezultat aleator al unei combinații de fenomene care au loc în conformitate cu legile probabilității. Nici un proces de producție nu e fiabil dacă este supus direct acțiunii perturbatoare a parametrilor ce apar în mod aleator. Este deci absolut necesar de a elimina aceste influențe directe, adică să se deconecteze sistemul de la fluctuațiile externe. Elementul care asigură deconectarea şi care joacă rolul de *tampon,* de *amortizor* al variațiilor îl reprezintă *stocurile*.

Ca proces economic complex, gestiunea stocurilor are o sferă largă de cuprindere, aceasta incluzând atât probleme de conducere, dimensionare, de optimizare a amplasării stocurilor în teritoriu, de repartizare a lor pe deținători, de formare şi evidență a acestora, cât şi probleme de recepție, de depozitare şi păstrare, de urmărire şi control, de redistribuire şi mod de utilizare.

Cu toate că stocurile sunt considerate resurse neactive, este necesar, în mod obiectiv, să se recurgă la constituirea de stocuri (de resurse materiale) bine dimensionate, pentru a se asigura ritmicitatea producției materiale şi a consumului.

Obiectivitatea formării de stocuri este justificată de acțiunea mai multor factori care le condiționează existența şi nivelul de formare, le stabilizează funcția şi scopul constituirii. Între aceştia amintim:

- contradicția dintre specializarea producției şi caracterul nespecializat al cererii;
- diferența spațială dintre producție şi consum;
- caracterul sezonier al producției sau al consumului; pentru majoritatea produselor producția este continuă, în timp ce consumul este sezonier; la produsele agricole situația este inversă;
- periodicitatea producției şi consumului, a transportului;
- necesitatea condiționării materialelor înaintea intrării lor în consum;
- punerea la adăpost față de dereglările în procesul de aprovizionare-transport sau față de factorii de forță majoră (stare de necesitate, calamități naturale, seisme, caracterul deficitar al resurselor);
- necesitatea executării unor operații specifice pentru a înlesni procesul de livrare sau consum al materialelor (recepție, sortare, marcare, ambalare – dezambalare, formarea loturilor de livrare, pregătirea materialelor pentru consum ş.a.m.d.);
- necesitatea eficientizării procesului de transport etc.

Ținând seama de această dublă influență a procesului de stocare, este necesară găsirea de modele şi metode în vederea formării unor stocuri, care prin volum şi structură, să asigure desfăşurarea normală a activității din economie, dar în condițiile unor stocări minim necesare şi a unor cheltuieli cât mai mici.

Rolul determinant al stocurilor este evidențiat de faptul că acestea asigură certitudine, siguranță şi garanție în alimentarea continuă a producției şi ritmicitatea desfacerii rezultatelor acesteia. Altfel spus, procesul de stocare apare ca un regulator al ritmului aprovizionărilor cu cel al producției, iar stocul reprezintă acel "tampon inevitabil" care asigură sincronizarea cererilor pentru consum cu momentele de furnizare a resurselor materiale.

Alte motive pentru crearea stocurilor ar putea fi:

- investirea unei părți din capital în stocuri pentru a reduce cheltuielile de organizare;
- capitalul investit în stocuri e uşor de evidențiat;
- asigurarea desfăşurării neîntrerupte a procesului de producție;
- asigurarea unor comenzi de aprovizionare la nivelul consumului imediat nu este întotdeauna posibilă şi eficientă din punct de vedere economic;

- comenzile onorate de către furnizorii din alte localităţi nu pot fi introduse imediat în procesul de fabricaţie;
- anticiparea unei creşteri a preţurilor (exceptând speculaţiile) etc.

1.3. Tipuri de stocuri

În cadrul gamei foarte largi de stocuri, se disting cu deosebire:

A. **din punct de vedere al producţiei** stocurile pot fi de trei feluri:

a) cel de materii prime şi materiale destinat consumului unităţilor de producţie; este vorba de *stocul de producţie*, stoc în amonte;

b) cel de produse finite, destinate livrării către beneficiari; este vorba de *stocul de desfacere*, stoc în aval;

c) cel destinat asigurării funcţionării continue a unor maşini sau a unor linii de fabricaţie; este vorba de *stocul interoperaţional.*

Ponderea cea mai mare o deţine stocul de producţie.

B. **din punct de vedere al rolului jucat pe plan economic** stocurile pot fi:

a) *stocuri cu rol de regulator;* au ca rol reglarea fluxurilor de intrare şi de ieşire ale produselor între două stadii succesive ale procesului tehnologic;

b) *stocuri cu rol strategic;* sunt formate din piese sau din subansamble folosite de serviciul de întreţinere , necesare înlocuirii rapide a lor în caz de avarie la instalaţiile vitale ale întreprinderii;

c) *stocuri speculative;* sunt mai puţin legate de activitatea agenţilor economici şi se referă în general la produse şi materiale rare, a căror valoare nu este fluctuantă.

C. **Din punct de vedere al modului de depozitare,** care ţine seama şi de unele proprietăţi fizico-chimice ale elementelor. Aşa avem: *produse periculoase, voluminoase, fragile* etc.

D. **Din punct de vedere al modului de gestionare** avem:

a) stocuri cu gestiune normală;

b) stocuri cu "afectare directă" (comandate special pentru o anume comandă);

c) stocuri "fără gestiune" (din magaziile intermediare, cu o supraveghe-re globală);

d) stocuri de produse consumabile;

E. **Din punct de vedere al caracteristicilor formării şi destinaţiei lor** stocurile pot fi:

a) *stoc curent*;

b) *stoc de siguranţă*;

c) *stoc de pregătire sau de condiţionare;*

d) *stoc pentru transport intern*;

e) *stoc de iarnă*;

1.4. Obiective şi rezultate ale gestiunii ştiinţifice a stocurilor

Având în vedere particularităţile diferitelor procese de stocare, activitatea de conducere a acestora are totuşi unele trăsături comune; aşa de pildă, orice proces de stocare necesită prevederea desfăşurării lui şi a condiţiilor în care urmează a se efectua.

Formarea stocurilor este predeterminată de o anumită comandă, iar desfăşurarea procesului de stocare poate avea loc în baza organizării sale raţionale. Realizarea în condiţii de eficienţă economică maximă şi de utilitate impune o coordonare permanentă a procesului de stocare şi un control sistematic al modului de derulare al acestuia.

Obiectivele principale ale conducerii proceselor de stocare pot fi sintetizate astfel:

- asigurarea unor stocuri minim necesare, asortate, care să asigure desfăşurarea normală a activităţii economico-productive a agenţilor economici prin alimentarea continuă a punctelor de consum şi în condiţiile unor cheltuieli cât mai mici;
- prevenirea formării de stocuri supranormative, cu mişcare lentă sau fără mişcare şi valorificarea operativă a celor existente (devenite disponibile);

- asigurarea unor condiții de depozitare-păstrare corespunzătoare în vederea prevenirii degradărilor de materiale existente în stocuri;
- folosirea unui sistem informațional simplu, operativ, eficient, util şi cuprinzător care să evidențieze în orice moment starea procesului de stocare;
- aplicarea unor metode eficiente de urmărire şi control care să permită menținerea stocului în anumite limite, să prevină imobilizările neraționale.

Soluționarea oricărei probleme de stoc trebuie să conducă la obținerea răspunsului pentru următoarele două chestiuni (şi care constituie de fapt obiectivele principale ale gestiunii):

1) determinarea mărimii optime a comenzii de aprovizionare;
2) determinarea momentului (sau frecvenței) optime de aprovizionare.

Desigur, pentru unele probleme particulare (de exemplu cele statice) este suficient un singur răspuns şi anume la prima problemă.

Se realizează următoarele deziderate:

- reducerea frecvenței fenomenului de rupere a stocului şi prin aceasta satisfacerea în mai bune condiții a cererii către beneficiari;
- reducerea cheltuielilor de depozitare;
- mărirea vitezei de rotație a fondurilor circulante ale agenților economici;
- reducerea imobilizărilor de fonduri băneşti;
- reducerea unor riscuri inerente oricărui proces de stocare;
- obținerea de economii la nivelul cheltuielilor generale ale întreprinderii (de exemplu, la produsele cu o durată de depozitare a stocului de materii prime mai mare decât durata ciclului de fabricație);
- descoperirea şi valorificarea rezervelor interne etc.

1.5. Elementele principale ale unui proces de stocare

Stabilirea politicii de gestiune a stocurilor este nemijlocit legată de cunoaşterea elementelor prin care se caracterizează procesele de stocare şi care determină nivelul de formare al stocurilor:

A. CEREREA DE CONSUM, element de bază în funcție de care se determină nivelul şi ritmul ieşirilor, volumul şi ritmul necesar pentru intrări şi nivelul stocului. Cererea de consum reprezintă numărul de produse solicitate în unitatea de timp. Acest număr nu coincide întotdeauna cu cantitatea vândută deoarece unele cereri pot rămâne nesatisfăcute datorită deficitului în stoc sau întârzierilor în livrare. Evident, dacă cererea poate fi satisfăcută în întregime, ea reprezintă cantitatea vândută.

După natura ei, cererea poate fi:

a) *determinată* - cererea pentru o perioadă e cunoscută şi poate fi constantă pentru toate perioadele sau variabilă pentru diferite perioade;

b) *probabilistă* - cererea e de mărime sau frecvență necunoscute, dar previzibile şi reprezentată printr-o repartiție de probabilitate dată. Caracteristicile şi tipul cererii se stabilesc pe bază de observații, prin studii asupra perioadelor trecute. Stabilirea caracteristicilor şi tipului de cerere pe baza observațiilor, prin studii asupra perioadelor trecute, nu este satisfăcătoare, din cel puțin două motive:

- presupunând că şi în viitor cererea ar urma aceeaşi repartiție de probabilitate ca în perioadele trecute, parametrii ei nu se mențin întotdeauna;
- se exclude posibilitatea influenței unor fluctuații sezoniere asupra cererii.

Cererea probabilistă poate fi stabilă din punct de vedere statistic sau nestabilă din punct de vedere statistic (sezonieră).

c) *necunoscută* - cererea pentru care nu dispunem nici de datele necesare stabilirii unei repartiții de probabilitate (este cazul, de exemplu, al produselor noi).

B.COSTURILE reprezintă cheltuielile ce trebuie efectuate pentru derularea procesului de aprovizionare-stocare (respectiv cele cu comandarea, contractarea, transportul, depozitarea, stocarea materialelor etc.).

În calculul stocurilor se au în vedere:

a) **Costurile de stocare** care cuprind suma cheltuielilor ce trebuie efectuate pe timpul staționării resurselor materiale în stoc şi anume:

- cheltuieli cu primirea-recepția;
- cheltuieli de transport intern;
- cheltuieli de manipulare, care cuprind costul forței de muncă nece-sare pentru deplasarea stocurilor, a macaralelor, cărucioarelor, elevatoarelor şi a celorlalte utilaje necesare în acest scop;
- cheltuieli de depozitare propriu-zisă: chiria spațiului de depozitare sau amortizările, în cazul unui spațiu propriu;
- cheltuieli de conservare;
- cheltuieli cu paza;
- cheltuieli de evidență care apar datorită faptului că stocurile sunt practic inutilizabile fără o evidență bine pusă la punct, care să ne spună dacă produsul necesar se găseşte sau nu în stoc;
- cheltuieli administrative;
- impozite şi asigurări;
- cheltuieli datorate deprecierii, deteriorării, uzurii morale care sunt caracteristice pentru produsele “la modă” sau pentru cele care se modifică chimic în timpul stocării (alimente, de exemplu); la care se adaugă costul capitalului investit; acest cost reprezintă un anumit procent din capitalul investit, însă determinarea cifrei exacte necesită o analiză atentă. Procentul exact depinde, în primul rând de ce alte utilizări ce se pot găsi pentru capitalul ”imobilizat” în stocuri.

Capitalul investit în stoc este neproductiv, costul său este dat de mărimea beneficiului ce s-ar putea obține dacă acest capital ar fi fost investit într-un mod productiv sau de dobânda ce trebuie plătită dacă ar fi fost împrumutat.

Costul stocării depinde de mărimea stocului şi durata stocării. Aceste cheltuieli se pot grupa după cum urmează:

- cheltuieli constante pentru durata totală a procesului de gestiune (amortismentul clădirii, cheltuieli pentru întreținerea depozitului, iluminat, încălzit etc.;
- cheltuieli variabile proporționale cu cantitatea depozitată şi cu durata depozitării (deci cu stocul mediu), exprimate prin dobânda pentru fondurile imobilizate în stoc;
- cheltuieli variabile neproporționale cu mărimea lotului (salarii ale forței de muncă, pierderi datorate uzurii reale şi demodării, cheltuieli pentru chirie etc.) şi cu durata de stocare.

La cheltuielile de existență a stocului în depozit, prezentate mai sus, se pot adăuga şi cheltuielile pentru surplus de stoc (excedent), care intervin atunci când, după satisfacerea cererii, rămâne o anumită cantitate nevândută (de exemplu, desfacerea unor articole de sezon). În modelele dinamice unde se lansează mai multe comenzi în timpul unui sezon, penalizarea pentru surplus se ataşează numai ultimei comenzi nedesfăcute complet.

b) **Costul de penurie sau costul ruperii stocului** este definit atunci când volumul cererii depăşeşte stocul existent. Referitor la acest stoc, există trei situații. *Prima* apare atunci când stocul (de materii prime sau semifabricate) este nul la primirea comenzii şi firma se reaprovizionează de urgență pentru a produce cantitățile solicitate.

Componentele cheltuielilor de penurie sunt, în acest caz, următoarele:

- cheltuieli suplimentare pentru satisfacerea cererii în condiții neobişnuite;
- penalizări primite de către firmă din partea beneficiarului, dacă termenele de livrare prevăzute în contracte nu se respectă;
- cheltuieli suplimentare pentru manipulare, ambalare, expediție etc.

A doua situație are loc atunci când desfacerea nu se poate realiza (pierderea beneficiarului) din cauza nelivrării imediate a unui articol. Estimarea cheltuielilor de penurie este aici destul de dificilă şi adesea imposibilă.

A treia, şi cea mai dificilă, apare atunci când firma este în lipsă de materii prime (sau piese de schimb) ce afectează întregul proces de producție, cu toate consecințele sale, reflectate în penalizări şi uneori chiar în costul producţiei care ar fi rezultat în timpul stagnării.

c) **Cheltuieli datorate variaţiilor ritmului de producţie.** Din această categorie fac parte:

- cheltuielile fixe legate de creşterea ritmului de producţie, de la nivelul zero, la un anumit nivel dat. Dacă este vorba de achiziţii, aici vor intra cheltuielile administrative legate de lansarea comenzilor;
- cheltuieli de lansare care includ toate cheltuielile care se fac cu: întocmirea comenzii, trimiterea acesteia la furnizor, pregătirea livrării unei partizi de materiale, cheltuieli de transport a lotului, deplasării la furnizori, telefoane, poştă etc.; în general aceste cheltuieli sunt fixe pentru o comandă.
- cheltuieli legate de angajarea şi instruirea unui personal suplimentar sau de concediere a unor salariaţi.

d) **Preţul de achiziţie sau cheltuielile directe de producţie**. Preţurile pe unitatea de produs pot depinde de cantitatea achiziţionată, dacă se acordă anumite reduceri de preţ în funcţie de mărimea comenzii. Cheltuielile de producţie pe unitatea de produs pot fi şi ele mai scăzute, datorită unei eficienţe superioare a muncitorilor şi maşinilor într-o producţie de serie mare.

C) CANTITATEA DE REAPROVIZIONAT reprezintă necesarul de aprovizionat care se stabileşte în funcţie de necesarul pentru consum pentru întreaga perioadă de gestiune.

Cantitatea de aprovizionat (cantitatea intrată în stoc) poate fi din producţia proprie sau obţinută prin alte mijloace şi se poate referii la fiecare resursă separat sau la ansamblul lor.

Această cantitate e limitată de capacităţile de depozitare.

D) LOTUL reprezintă cantitatea cu care se face aprovizionarea la anumite intervale în cadrul perioadei de gestiune stabilită (trimestru, semestru, an) şi care este în funcţie de caracterul cererii.

E) PARAMETRII TEMPORALI sunt specifici dinamicii proceselor de stocare. Aceştia sunt:

a) **perioada de gestiune** - determină şi orizontul procesului de gestiune. De obicei se consideră a fi un an;

b) **intervalul de timp între două aprovizionări consecutive;**

c) **durata de reaprovizionare** - reprezintă timpul ce se scurge din momentul calendaristic la care s-a emis comanda de reaprovizionare până la sosirea în întreprindere a cantităţii de reaprovizionat;

d) **momentul calendaristic la care se emit comenzile de reaprovi-zionare**. (data de reaprovizionare);

e) **coeficientul de actualizare.**

Dacă în modelele probabiliste folosirea tuturor parametrilor temporali este obligatorie, unii dintre ei (de exemplu, durata de reaprovizionare sau data de reaprovizionare) nu prezintă nici o importanţă în modelele deterministe. De asemenea durata de aprovizionare poate fi o constantă sau o variabilă aleatoare, determinând în baza legăturii pe care o are cu volumul şi frecvenţa cererii, cheltuielile de penurie.

F) GRADUL DE PRELUCRARE A PRODUSELOR. Cu cât bunurile păstrate în stoc sunt într-un stadiu mai avansat de finisare, cu atât mai repede pot fi satisfăcute comenzile, dar cu atât mai mari vor fi cheltuielile de stocare. Cu cât produsele sunt mai puţin finisate (cazul limită îl constituie materia primă), cu atât mai mici sunt cheltuielile de stocare, dar timpul necesar pentru livrarea unei comenzi este mai mare. În plus, erorile de previziune tind să crească pe măsură ce gradul de prelucrare a produselor este mai avansat; pentru a reduce influenţa factorilor nefavorabili este necesar de aceea să crească şi stocul tampon. Numărul tipurilor de produse ce trebuie stocate creşte rapid, pe măsură ce gradul de finisare este mai avansat.

Variabilele care influenţează stocurile sunt de două feluri:

- *variabile controlabile*: cantitatea intrată în stoc, frecvenţa sau momentul achiziţiilor, gradul de prelucrare a produselor;
- *variabile necontrolabile*: costurile, cererea, durata de reaprovizionare, cantitatea livrată.

2. Modele de gestiune a stocurilor

2.1. Modelul Willson

Ipotezele modelului:

1. cerere constantă în timp (cereri egale pe intervale egale de timp);
2. perioadă fixă de aprovizionare (aprovizionarea se face la intervale egale de timp);
3. cantități egale de aprovizionare;
4. aprovizionarea se face în momentul în care stocul devine 0 (nu se admit intervale de timp pe care stocul să fie 0);
5. aprovizionarea se face instantaneu (durata dintre momentul lansării comenzii şi intrarea mărfii în depozit este zero)

Datele modelului:

- T = perioada totală de timp pe care se studiază stocarea;
- N = cererea totală pe perioada T;
- c_s = costul unitar de stocare (costul stocării unei unități de marfă pe o unitate de timp)
- c_l = costul lansării unei comenzi

Variabilele modelului:

- τ = intervalul dintre două aprovizionări succesive;
- n = cantitatea comandată şi adusă la fiecare aprovizionare;
- s(t) = nivelul stocului din depozit la momentul t

Obiectivul modelului

- minimizarea costului total de aprovizionare C_T

Relațiile dintre mărimile modelului

Ipoteza 1 $\Rightarrow$ $\frac{n}{\tau} = \frac{N}{T}$ = cererea pe unitatea de timp $\Rightarrow$ s(t) = liniară
Ipoteza 2 $\Rightarrow$ τ acelaşi între oricare două comenzi
Ipoteza 3 $\Rightarrow$ n acelaşi pentru toate comenzile
Ipoteza 4 $\Rightarrow$ $s(t) \geq 0$ pentru orice t
Ipoteza 5 $\Rightarrow$ la sfârşitul unei perioade τ s(t) are un salt de la 0 la n

Rezolvare

Situația de mai sus poate fi vizualizată prin trasarea graficului variației stocului în timp:

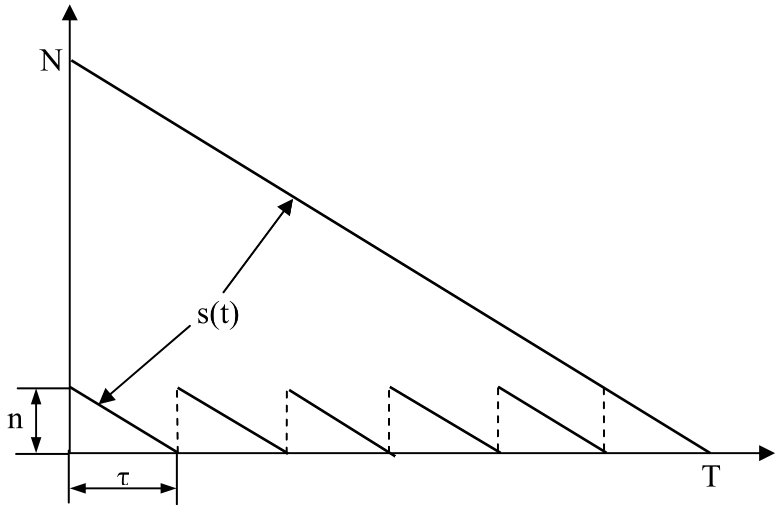


Figura 1

În figura 1 a fost reprezentată evoluția stocului, dacă toată cantitatea necesară ar fi adusă la începutul perioadei (graficul de deasupra) sau dacă s-ar aduce câte n unități din τ în τ unități de timp (graficul de jos). Se observă că evoluția este periodică, de perioadă τ. În concluzie vom calcula costul total cu aprovizionarea calculând costul pe o perioadă şi înmulțind apoi cu numărul de perioade:

– pe o perioadă avem o lansare, deci un cost c_l şi cheltuieli de stocare pe o durată τ, stocul variind liniar de la n la 0. Din acest motiv costul cu stocarea va fi: $c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau$ (În general costul de stocare se calculează cu formula $c_S \cdot \int_0^{\tau} s(t)dt$).
– numărul de perioade este egal cu $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$
– costul total cu aprovizionarea va fi $C_T = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau) \cdot \frac{N}{n}$

În concluzie rezolvarea problemei se reduce la a găsi minimul funcției:

$$C_T(n,\tau) = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau) \cdot \frac{N}{n}$$

dacă variabilele n şi τ verifică $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$ şi n şi τ sunt strict pozitive şi $n \in (0,N]$, $\tau \in (0,T]$. Pentru rezolvare vom scoate pe τ în funcție de n din relația $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$:

$$\tau = n \cdot \frac{T}{N}$$

şi înlocuim în expresia costului total cu aprovizionarea obținând:

$$C_T(n) = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot n \cdot \frac{T}{N}) \cdot \frac{N}{n} = c_l \cdot N \cdot \frac{1}{n} + \frac{c_S \cdot T}{2} \cdot n$$

Cei doi termeni în care a fost separat costul total reprezintă cheltuielile totale cu lansările respectiv cheltuielile totale cu stocarea, observându-se că primele sunt descrescătoare în n iar celelalte liniar crescătoare. În concluzie, dacă vom aduce toată cantitatea într-o singură tranșă vor fi foarte mari costurile de stocare iar dacă vom aduce de foarte multe ori câte foarte puțin vor fi foarte mari cheltuielile cu lansarea. Soluția optimă n^* va fi deci foarte probabil undeva între 0 și N. Pentru a o determina facem tabloul de variație al costului total în funcție de n pe intervalul (0,N].

Calculăm derivata costului total:

$$C'_T = -\frac{c_l \cdot N}{n^2} + \frac{c_S \cdot T}{2} \text{ care are zerourile: } n_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}} \Rightarrow$$

$$n_1 = -\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}} \notin (0, N]$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}} \in (0, N] \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}} \le N \Leftrightarrow \frac{c_l}{c_S} \le \frac{N \cdot T}{2}$$

În concluzie:

a) dacă $\frac{c_l}{c_S} \ge \frac{N \cdot T}{2}$ adică dacă costul de lansare este de mai mult de $\frac{N \cdot T}{2}$ ori mai mare decât costul de stocare tabloul de variație va fi:

n	0		N
$C_T'(n)$	- - - - - - -		
$C_T(n)$	↘		$c_l + c_S \cdot \frac{T \cdot N}{2}$

și deci se va face o singură aprovizionare la începutul perioadei T în care se va aduce toată cantitatea N, costul total fiind de $c_l + c_S \cdot \frac{T \cdot N}{2}$.

b) dacă $\frac{c_l}{c_S} < \frac{N \cdot T}{2}$ obținem tabloul:

n	0	$\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}}$	N
$C_T'(n)$	- - - - -	0	+ + + +
$C_T(n)$	↘	$\sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_S \cdot T \cdot N}$	↗

în concluzie se vor face $\frac{N}{n} = \sqrt{\frac{c_S \cdot T \cdot N}{2 \cdot c_l}}$ aprovizionări la intervale de $t_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_S \cdot N}}$ în care se va aduce câte $n_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}}$, variantă prin care se va face aprovizionarea cu costul total minim posibil:

$$C_T = \sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_S \cdot T \cdot N}$$

Obs. Dacă nu se acceptă decât soluții în numere întregi pentru n sau t se va calcula costul pentru:

$$n = \left[\sqrt{\frac{2\cdot c_l\cdot N}{c_S\cdot T}}\right] \text{ şi } n = \left[\sqrt{\frac{2\cdot c_l\cdot N}{c_S\cdot T}}\right] + 1$$

$$t = \left[\sqrt{\frac{2\cdot c_l\cdot T}{c_S\cdot N}}\right] \text{ şi } t = \left[\sqrt{\frac{2\cdot c_l\cdot T}{c_S\cdot N}}\right] + 1$$

alegându-se dintre toate variantele cea mai ieftină. ([x] = partea întreagă lui x).

2.2. Modelul Willson cu ruptură de stoc

Ipotezele modelului:

1. cerere constantă în timp (cereri egale pe intervale egale de timp);
2. perioadă fixă de aprovizionare (aprovizionarea se face la intervale egale de timp);
3. cantități egale de aprovizionare;
4. aprovizionarea nu se face în momentul în care stocul devine 0, admițându-se scurgerea unui interval de timp în care depozitul va fi gol şi cererea nu va fi satisfăcută;
5. aprovizionarea se face instantaneu (durata dintre momentul lansării comenzii şi intrarea mărfii în depozit este zero)

Datele modelului:

- T = perioada totală de timp pe care se studiază stocarea;
- N = cererea totală pe perioada T;
- c_s = costul unitar de stocare (costul stocării unei unități de marfă pe o unitate de timp)
- c_l = costul lansării unei comenzi
- c_p = costul unitar de penalizare (pierderea cauzată de nesatisfacerea unei unități din cerere timp de o zi)

Variabilele modelului:

- τ = intervalul dintre două aprovizionări succesive;
- τ_1 = durata de timp în care în depozit se află marfă;
- τ_2 = durata de timp în care în depozitul este gol;
- n = cantitatea comandată şi adusă la fiecare aprovizionare;
- s = cantitatea maximă de marfă aflată în depozit;
- s(t) = nivelul stocului din depozit la momentul t

Obiectivul modelului

- minimizarea costului total de aprovizionare C_T

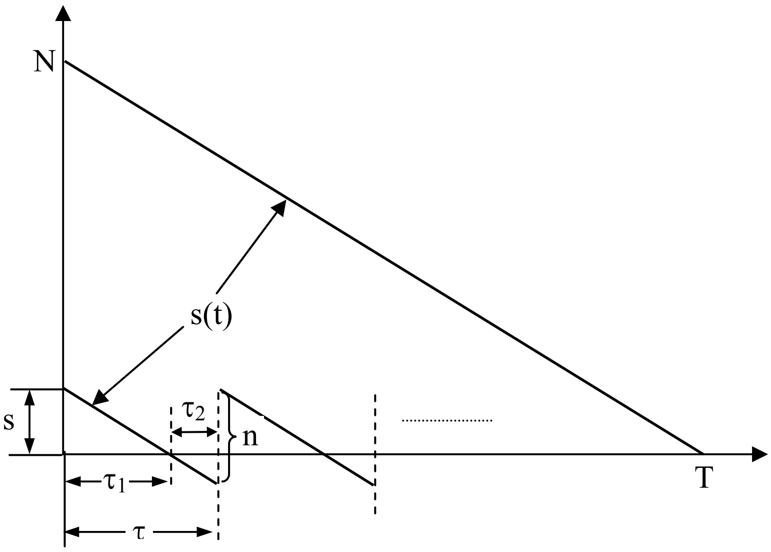


Figura 2

Relaţiile dintre mărimile modelului

Ipoteza 1 $\Rightarrow$ $\frac{n}{\tau} = \frac{s}{\tau_1} = \frac{N}{T}$ = cererea pe unitatea de timp $\Rightarrow$ s(t) = liniară

Ipoteza 2 $\Rightarrow$ τ, τ_1, τ_2, aceiaşi între oricare două comenzi şi $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

Ipoteza 3 $\Rightarrow$ n, s aceiaşi pentru toate comenzile.

Ipoteza 4 $\Rightarrow$ pe intervalul τ_2 depozitul este gol (deci stocul zero); totuşi graficul a fost desenat în prelungirea perioadei τ_1 (deci cu valori negative) deoarece în această perioadă se presupune că cererea este aceeaşi ca în perioadele în care există marfă în depozit, nivelul cererii nesatisfăcute fiind privit ca stocul care s-ar fi consumat dacă aveam marfă în depozit.

Ipoteza 5 $\Rightarrow$ la sfârşitul unei perioade τ este livrată <u>instantaneu</u> cantitatea n – s în contul cererii nesatisfăcute în perioada τ_2 şi introdusă în depozit cantitatea s.

Rezolvare

Situaţia de mai sus poate fi vizualizată prin trasarea graficului variaţiei stocului în timp din figura 2:

În figură a fost reprezentată evoluţia stocului dacă toată cantitatea necesară ar fi adusă la începutul perioadei (graficul de deasupra) sau dacă s-ar aduce câte n unităţi din τ în τ unităţi de timp (graficul de jos). Se observă că evoluţia este periodică, de perioadă τ. În concluzie vom calcula costul total cu aprovizionarea calculând costul pe o perioadă şi înmulţind apoi cu numărul de perioade:

– pe o perioadă avem o lansare, deci un cost c_l, cheltuieli de stocare pe o durată τ_1, stocul variind liniar de la s la 0 şi cheltuieli de penalizare, cererea neonorată variind liniar de la 0 la n - s. Din acest motiv costul cu stocarea va fi: $c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1$ iar costul de penalizare va fi: $c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2$ (În general costul de penalizare, ca şi cel de stocare, se calculează cu formula $c_p \cdot \int_0^{\tau} -s(t)dt$).

– numărul de perioade este egal cu $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$

– costul total cu aprovizionarea va fi $C_T = (c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1 + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2) \cdot \frac{N}{n}$

În concluzie rezolvarea problemei se reduce la a găsi minimul funcției:

$$C_T(n,s,\tau,\tau_1,\tau_2) = (c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1 + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2) \cdot \frac{N}{n}$$

unde variabilele n, s, τ, τ_1 şi τ_2 verifică următoarele condiții şi relații:

Condiții	Relații
1. $0 < n \le N$ 2. $0 \le s \le n$ 3. $0 < \tau \le T$ 4. $0 \le \tau_1 \le \tau$ 5. $0 \le \tau_2 \le \tau$	1. $\tau_1 + \tau_2 = \tau$ 2. $\frac{n}{\tau} = \frac{N}{T}$ 3. $\frac{s}{\tau_1} = \frac{n-s}{\tau_2}$

În concluzie, din cele 5 variabile doar două sunt independente şi din cele trei relații vom scoate trei dintre ele ca fiind variabile secundare în funcție de celelalte două ca fiind principale. Fie cele două variabile principale n şi s. În acest caz avem rezolvând sistemul de relații:

$$\tau_1 = s \cdot \frac{T}{N}$$
$$\tau_2 = (n - s) \cdot \frac{T}{N}$$
$$\tau = n \cdot \frac{T}{N}$$

Acestea se înlocuiesc în expresia costului total şi obținem în final o problemă de minim a unei cu două variabile:

$$\min_{n,s} C_T(n,s) = (c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot s \cdot \frac{T}{N} + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot (n-s) \cdot \frac{T}{N}) \cdot \frac{N}{n}$$

unde $0 < n \le N$ şi $0 \le s \le n$.

Pentru rezolvare vom calcula derivatele parțiale ale funcției $C_T(n,s)$ pe domeniul $D = \{(n,s) / 0 < n \le N \text{ şi } 0 \le s \le n\}$. Obținem:

$$\frac{\partial C_T(n,s)}{\partial n} = c_p \cdot (n-s) \cdot \frac{T}{n} - [c_l + \frac{1}{2} \cdot c_s \cdot s^2 \cdot \frac{T}{N} + \frac{1}{2} \cdot c_p \cdot (n-s)^2 \cdot \frac{T}{N}] \cdot \frac{N}{n^2}$$

$$\frac{\partial C_T(n,s)}{\partial s} = [(c_s + c_p) \cdot s - c_p \cdot n] \cdot \frac{T}{n}$$

Rezolvăm sistemul: $\begin{cases} \dfrac{\partial C_T(n,s)}{\partial n} = 0 \\ \dfrac{\partial C_T(n,s)}{\partial s} = 0 \end{cases}$ scoțându-l pe s în funcție de n din a doua ecuație ($s = \dfrac{c_p}{c_s + c_p} \cdot n$) şi înlocuindu-l în prima obținând: $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{c_s c_p}{c_s + c_p} \cdot T - c_l \cdot \dfrac{N}{n^2} = 0$ de unde rezultă $n^2 = \dfrac{2 \cdot c_l \cdot (c_s + c_p)}{c_s c_p} \cdot \dfrac{N}{T}$ şi în final unica soluție pozitivă: $n_0 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\dfrac{c_s + c_p}{c_p}}$ şi $s_0 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\dfrac{c_p}{c_s + c_p}}$. Această soluție este soluția optimă doar dacă $0 < n_0 \le N$ şi sunt îndeplinite condițiile de ordinul 2: $\begin{cases} \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0, s_0) > 0, \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0, s_0) > 0 \\ \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0, s_0) \cdot \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0, s_0) - \left(\dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial n \partial s}(n_0, s_0)\right)^2 > 0 \end{cases}$

Evident $n_0 > 0$ şi avem:

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0, s_0) = (c_s + c_p) \cdot \frac{T}{n_0} > 0$$

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0, s_0) = \left[2c_l + (c_s + c_p) \cdot s_0^2 \cdot \frac{T}{N}\right] \cdot \frac{N}{n_0^3} > 0$$

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0, s_0) \cdot \frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0, s_0) - \left(\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial n \partial s}(n_0, s_0)\right)^2 = \frac{2c_l(c_s + c_p) \cdot T \cdot N}{n_0^4} > 0$$

$n_0 \le N$ este echivalentă cu: $\dfrac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \dfrac{c_p}{c_s + c_p} \le N \cdot T$.

În concluzie, dacă $\dfrac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \dfrac{c_p}{c_s + c_p} \le N \cdot T$ atunci problema admite soluția optimă:

$$n_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}}$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \left(\sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}} - \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}\right)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}}$$

$$C_{T\,maxim} = C_T(n_0, s_0) = \sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_S \cdot T \cdot N} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

Expresia $\rho = \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$ măsoară intensitatea lipsei de stoc şi din expresia lui $C_{T\ maxim}$ se observă că admiterea lipsei de stoc duce la micşorarea costului total cu stocarea, explicaţia constând în micşorarea numărului de lansări pentru că, deşi c_p este mult mai mare decât c_s, c_l este şi mai mare decât c_p. Dacă c_p este mult mai mare decât c_s ($\frac{c_s}{c_p} \approx 0$) atunci se obţin aceleaşi soluţii ca în modelul Willson fără ruptură de stoc.

Dacă $\frac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \frac{c_p}{c_s + c_p} > N \cdot T$ atunci se va face o singură lansare (deci $n_0 = N$) şi vom avea $s_0 = n_0$, $\tau_1 = \tau = T$ şi $\tau_0 = 0$ iar $C_T = c_l + c_s \cdot \frac{N}{2} \cdot T$ exact ca şi în modelul Willson fără ruptură de stoc.

2.3. Generalizări ale modelului Willson

În practică ipoteza că c_s (costul unitar) este acelaşi, indiferent de cantitatea stocată, nu este în general îndeplinită decât pentru variaţii mici ale stocului sau ale duratei de stocare, fiind mult mai realistă ipoteza că acesta depinde (invers proporţional) de cantitatea stocată s, de durata de stocare (direct sau invers proporţional) etc, dependenţele fiind exprimate prin funcţii mai mult sau mai puţin complicate. Aceleaşi consideraţii sunt valabile şi pentru c_p (dependent de mărimea cererii neonorate sau mărimea întârzierilor). În concluzie putem imagina modele în care: $c_s = f(s,t_s)$ şi/sau $c_p = f(p,t_p)$ unde am notat cu:

- s = cantitatea stocată
- t_s = durata de stocare
- p = cererea neonorată
- t_p = durata întârzierii onorării cererii

sau şi mai complicate, neexistând evident limite în acest sens. Motivele care ne opreşte totuşi în a discuta teoretic aceste modele sunt următoarele:

- orice complicare a modelelor anterioare duce la ecuaţii matematice complicate, ale căror soluţii nu mai pot fi scrise cu operatorii matematici obişnuiţi (de exemplu, chiar dacă am presupune că unul singur dintre c_s sau c_p este funcţie liniară în variabilele expuse mai sus s-ar ajunge în rezolvare la ecuaţii de gradul patru ale căror soluţii încap pe o foaie întreagă (cititorul poate încerca singur analiza acestor variante); ele ar fi practic de nefolosit şi oricum scopul studierii gestiunii stocurilor nu este găsirea unor modele cât mai impunătoare;
- aceste modele mai complicate pot apărea şi pot fi aplicate evident în practică, existând algoritmi matematici de rezolvare (cel puţin aproximativi) pentru orice model matematic, dar acesta ar fi doar un pur calcul matematic;
- modelele mai complicate nu ar adăuga nimic ideii teoretice, desprinse din modelul Willson clasic, că în orice model de stocare există întotdeauna două tipuri de costuri, indiferent de variabilele de decizie şi anume: unele direct proporţionale şi celelalte invers proporţionale cu variabilele de decizie, fapt care face ca soluţia să fie una de mijloc, şi nu o valoare extremă evidentă şi deci banală.
- în foarte multe cazuri un model de stocare presupune şi multe alte variabile, care sunt de obicei aleatoare, caz în care devine nerealizabilă dorinţa de a găsi o soluţie matematică simplă. În aceste cazuri sunt chemate spre rezolvare alte ramuri ale analizei matematice şi economice, cum ar fi, de exemplu, simularea, algoritmii genetici etc.

2.4. Model de producție – stocare

Presupunem că o unitate economică fabrică un singur tip de produse cu un ritm al producției de β produse în unitatea de timp pentru care are o cerere de N bucăți într-o perioadă T. Presupunem că $\beta \cdot T > N$ (adică dacă întreprinderea ar lucra non-stop întreaga perioadă T ar produce mai mult decât ceea ce poate efectiv să vândă) motiv pentru care perioadele de producție sunt alternate cu perioade de oprire a producției astfel încât producția totală să devină egală cu cererea totală N. Pentru simplificarea calculelor se va presupune că cererea este constantă în timp, adică în fiecare unitate de timp este egală cu $\alpha = \frac{N}{T}$. Deoarece $\beta > \alpha$ este evident că pe parcursul perioadelor de producție se va acumula o cantitate de produse care trebuie stocate într-un depozit, acest stoc epuizându-se în perioadele în care producția este oprită. De asemenea este evident că oprirea şi repornirea producției implică o serie de costuri. Pentru formalizarea modelului vom face şi următoarele ipoteze:

1. duratele ciclurilor de producție sunt egale între ele;
2. intervalele de staționare sunt egale între ele;
3. costul stocării este direct proporțional cu cantitatea stocată şi durata stocării cu un factor de proporționalitate c_s (costul unitar de stocare)
4. costul unei secvențe oprire-pornire a producției este acelaşi pentru toate secvențele;
5. se admite ruptura de stoc;
6. valoarea penalizării este direct proporțională cu mărimea cererii neonorate şi cu durata întârzierii cu un factor de proporționalitate c_p (costul unitar de penalizare)

Se cere în aceste condiții găsirea acelor intervale de producție şi staționare care duc la un cost total pe unitatea de timp minim.

Situația de mai sus poate fi vizualizată foarte bine desenând graficul evoluției stocului în timp în figura 3.

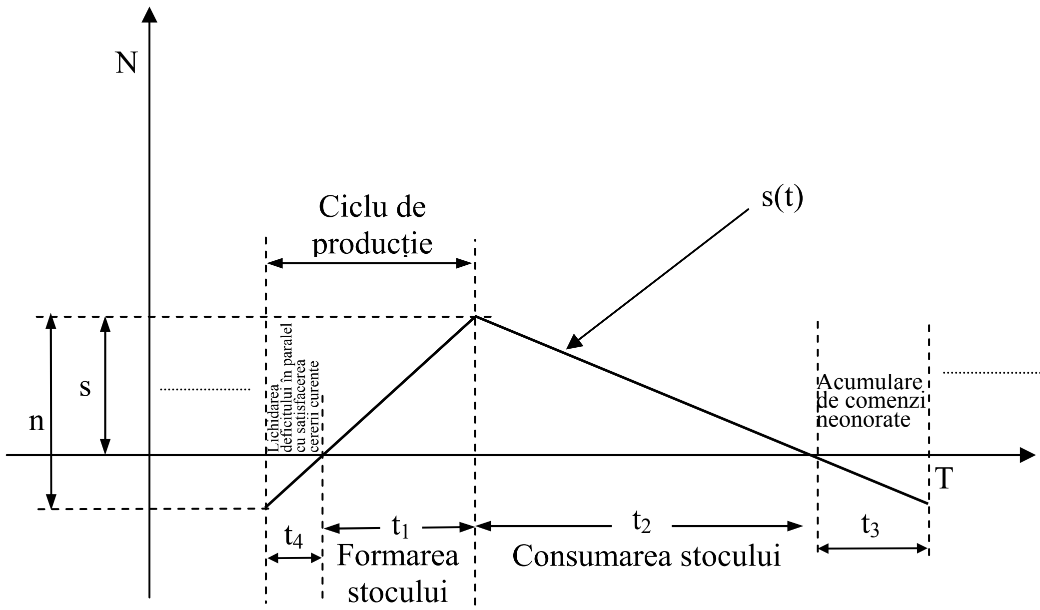


Figura 3

În acest desen am notat cu:

– n = cantitatea produsă peste cerere într-un ciclu de producție;

- s = cantitatea maximă acumulată în depozit;
- t_1 = intervalul de timp în care se formează stocul;
- t_2 = intervalul de timp în care se epuizează stocul ca urmare a opririi producției;
- t_3 = intervalul de timp în care se acumulează comenzi neonorate ca urmare a faptului că nu se produce şi s-a epuizat stocul;
- t_4 = intervalul de timp în care este lichidat deficitului în paralel cu satisfacerea cererii curente.

Se observă că avem de-a face cu un fenomen ciclic în care o perioadă poate fi aleasă ca intervalul dintre două porniri succesive ale producției. Într-o perioadă costul va fi format din:

- costul unei secvențe lansare-oprire a producției c_l;
- cheltuieli de stocare pe intervalele t_1 şi t_2, $c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot (t_1 + t_2)$;
- cheltuieli de penalizare pe intervalele t_3 şi t_4: $c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot (t_3 + t_4)$

Costul total unitar va fi:

$$C_T(n,s,t_1,t_2,t_3,t_4) = \frac{c_1 + c_s \frac{s}{2}(t_1 + t_2) + c_p \frac{n-s}{2}(t_3 + t_4)}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$$

şi vom avea de rezolvat problema de minim cu legături:

$$\min_{n,s,t_1,t_2,t_3,t_4} \frac{c_1 + c_s \frac{s}{2}(t_1 + t_2) + c_p \frac{n-s}{2}(t_3 + t_4)}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$$

$$\begin{cases} \frac{n-s}{t_4} = \frac{s}{t_1} = \beta - \alpha \\ \frac{n-s}{t_3} = \frac{s}{t_2} = \alpha \\ 0 < s \le n \\ 0 < t_i, \quad 1 \le i \le 4 \end{cases}$$

Pentru rezolvare vom scoatem din sistemul de restricții patru variabile în funcție de celelalte, de exemplu variabilele n, s, t_1 şi t_4 în funcție de t_2 şi t_3 şi le vom înlocui în C_T.

Avem:

- $s = t_2 \cdot \alpha$
- $n = (t_2 + t_3) \cdot \alpha$
- $t_1 = \frac{\alpha}{\beta - \alpha} t_2$
- $t_4 = \frac{\alpha}{\beta - \alpha} t_3$

şi înlocuind în funcția obiectiv obținem:

$$C_T(t_2,t_3) = \frac{2c_1(\beta - \alpha) + \alpha\beta\left(c_s t_2^2 + c_p t_3^2\right)}{2\beta(t_2 + t_3)}$$

Se calculează ca şi în modelul Willson cu ruptură de stoc derivatele parțiale în t_2 şi t_3 şi din condiția ca ele să se anuleze în punctul de minim obținem un sistem în t_2 şi t_3 care are soluția:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2c_l(\beta-\alpha)}{\alpha\beta c_s}}\cdot\sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}} \quad , \quad t_3 = \sqrt{\frac{2c_l(\beta-\alpha)}{\alpha\beta c_p}}\cdot\sqrt{\frac{c_s}{c_s+c_p}}$$

şi în continuare:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\alpha c_l}{\beta c_p(\beta-\alpha)}}\cdot\sqrt{\frac{c_s}{c_s+c_p}} \quad , \quad t_4 = \sqrt{\frac{2\alpha c_l}{\beta c_s(\beta-\alpha)}}\cdot\sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2\alpha c_l(\beta-\alpha)}{\beta c_s}}\cdot\sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}} \quad , \quad n = \sqrt{\frac{2\alpha c_l(\beta-\alpha)}{\beta(c_s+c_p)}}\cdot\left(\sqrt{\frac{c_p}{c_s}}+\sqrt{\frac{c_s}{c_p}}\right)$$

$$C_{Tminim} = \sqrt{2\cdot\alpha\cdot c_s\cdot c_p\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right)\frac{c_p}{c_s+c_p}}$$

Soluția de mai sus verifică evident şi celelalte restricții, deci este unica soluție optimă.

Observație Dacă ritmul producției este mult mai mare decât intensitatea cererii (β mult mai mare decât α sau echivalent spus $\frac{\alpha}{\beta} \cong 0$) se obține soluția din modelul Willson cu ruptură de stoc.

2.5. Model de gestiune cu prețuri de achiziție sau cu cheltuieli de producție variabile

În modelul anterior, cu excepția cheltuielilor de lansare (presupuse fixe), cheltuielile de producție erau ignorate. Acest lucru este valabil dacă cheltuielile de producție pe unitatea de produs nu variază cu volumul producției iar cererea este satisfăcută în întregime (sau, în modelele de aprovizionare, cheltuielile de aprovizionare pe unitatea de produs nu variază cu volumul comenzii).

Cheltuielile de producție depind de volumul producției, notat cu q, şi anume printr-o funcție nedescrescătoare f(q) care se anulează în origine şi are un salt egal cu c_l în aceasta, pentru cheltuieli de lansare $c_l \neq 0$. Uneori funcția $f(q)$ are şi alte salturi care trebuie luate în considerație când se determină cantitatea optimă q ce trebuie achiziționată (produsă).

Caz 1 Să presupunem acum că intensitatea cererii de produse este α şi să presupunem că prețul unitar al produsului este p când volumul comenzii este mai mic decât o cantitate Q şi p' când volumul comenzii este mai mare sau egal cu Q, cu p' < p.

Atunci $f(q)$ are expresia:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ c_l + p\cdot q & 0 < q < Q \\ c_l + p'\cdot q & q \geq Q \end{cases}$$

Dacă presupunem că nu se admite neonorarea comenzilor şi că aprovizionarea se face instantaneu, atunci ne aflăm în situația de la modelul anterior în care $t_1 = t_3 = t_4 = 0$, $\frac{s}{t_2} = \beta$ şi s = q.

Formula cheltuielilor medii pe unitatea de timp va deveni:

$$C_T = \frac{\frac{1}{2}c_s\cdot q\cdot t_2 + c_l}{t_2} = \frac{1}{2}c_s\cdot q + \frac{\beta\cdot c_l}{q}$$

Adăugând la acestea şi cheltuielile unitare de producție $\frac{f(q)}{t_2}$ obținem:

$$C(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}c_s \cdot q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & 0 < q < Q \\ \frac{1}{2}c_s \cdot q + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & q \geq Q \end{cases}$$

Pentru a calcula minimul acestei funcții vom calcula derivata:

$$C'(q) = \frac{1}{2}c_s - \frac{\beta \cdot c_1}{q^2} \text{ pentru } q \neq Q$$

care se anulează în $q_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta \cdot c_1}{c_s}}$. Punctul de minim este q_0 sau Q, punctul în care funcția nu e continuă. Rămâne doar să mai comparăm valorile funcției C(q) în q_0 şi Q:

$$C(q_0) = \begin{cases} \frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} & 0 < q_0 < Q \\ \frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} & q_0 \geq Q \end{cases}$$

Dacă $q_0 < Q$ atunci soluția optimă este q_0 iar dacă $q_0 > Q$ se compară valorile $\frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0}$ şi $\frac{1}{2}c_s \cdot Q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{Q}$.

Dacă: $\frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} < \frac{1}{2}c_s \cdot Q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{Q}$ se alege q_0 altfel se alege Q.

Caz 2 Să presupunem acum că intensitatea cererii de produse este α şi să presupunem că prețul unitar al produsului este p pentru primele Q produse şi este cu p' mai mare pentru produsele fabricate peste cantitatea Q.

Atunci $f(q)$ are expresia:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ c_1 + p \cdot q & 0 < q < Q \\ c_1 + p \cdot q + p' \cdot (q - Q) & q \geq Q \end{cases}$$

şi vor rezulta cheltuielile totale în unitatea de timp:

$$C(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}c_s \cdot q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & 0 < q < Q \\ \frac{1}{2}c_s \cdot q + p'\beta + \frac{c_1 - (p' - p)Q\beta}{q} & q \geq Q \end{cases}$$

şi în continuare se găseşte soluția optimă ca şi la cazul 1.

2.6. Modele de gestiune cu cerere aleatoare

Presupunem că un produs este stocat într-un depozit intermediar, care este aprovizionat dintr-un depozit mai mare la intervale egale de timp t. Se presupune că cererea pe un interval este aleatoare cu o distribuție de probabilitate cunoscută din observații statistice:

$$\beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & n & \cdots \\ p(0) & p(1) & \cdots & p(n) & \cdots \end{pmatrix}$$

ea realizându-se uniform pe fiecare interval.

Pentru simplificarea aprovizionării se decide ca la fiecare aprovizionare să se aducă aceeaşi cantitate de produse, care trebuie aleasă astfel încât, în timp, să se minimizeze cheltuielile. Cheltuielile legate de aprovizionare pot fi privite cel puțin din două puncte de vedere:

a) cu costuri de stocare şi costuri de penalizare unitare

Presupunem că se cunosc cheltuielile unitate de stocare c_s şi cheltuielile unitare de penalizare c_p. Atunci, dacă vom aduce de fiecare dată α bucăți, vom avea într-o perioadă cu cererea $\beta \le \alpha$ doar cheltuieli cu stocarea iar într-o perioadă cu $\beta > \alpha$ atât cheltuieli cu stocarea cât şi penalizări.

Dacă $\beta \le \alpha$ evoluția stocului va fi cea din figura 4a) şi costul unitar de stocare va fi:

$$C(\alpha,\beta) = \frac{c_s \cdot \frac{\alpha + (\alpha - \beta)}{2} \cdot t}{t} = c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)$$

iar dacă $\beta > \alpha$ evoluția stocului va fi cea din figura 4b) şi costul unitar de stocare va fi:

$$C(\alpha,\beta) = \frac{c_s \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot t_1 + c_p \cdot \frac{\beta - \alpha}{2} \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

unde $\frac{\alpha}{t_1} = \frac{\beta - \alpha}{t_2}$. Înlocuind t_1 în funcție de t_2 din această relație în expresia costului unitar vom obține:

$$C(\alpha,\beta) = c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} + c_p \cdot \frac{(\beta - \alpha)^2}{2\beta}$$

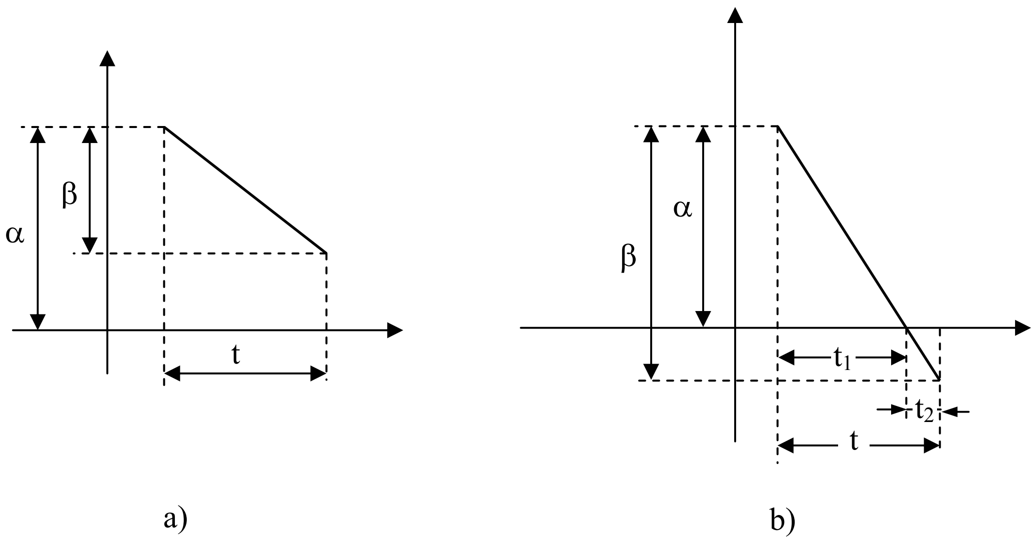


Figura 4

În concluzie, pentru o valoare aleasă a lui α costul mediu va fi o variabilă aleatoare cu aceleaşi probabilităţi ale evenimentelor ca şi cererea β:

$$C(\alpha) = \begin{pmatrix} c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) & \cdots & c_s \cdot \frac{\alpha}{2} & \cdots & c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} + c_p \cdot \frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta} \\ p(\beta) & \cdots & p(\alpha) & \cdots & p(\beta) \end{pmatrix}$$

Al alege pe acel α astfel încât, în timp, să se minimizeze cheltuielile este echivalent cu a găsi acel α pentru care media variabilei aleatoare C(α) este minimă.

Avem:

$$\overline{C}(\alpha) = \sum_{\beta=0}^{\alpha} c_S \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) \cdot p(\beta) + \sum_{\beta \ge \alpha+1} c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} \cdot p(\beta) + \sum_{\beta \ge \alpha+1} c_p \cdot \frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta} \cdot p(\beta)$$

unde $\alpha \in R$ şi valorile $\overline{C}(\alpha)$ formează un şir real. Pentru a găsi minimul acestui şir observăm că funcţia cu valori reale $\overline{C}(\alpha)$ este o funcţie de gradul doi cu coeficientul lui α^2 pozitiv, deci are un singur punct de minim local, care este şi global şi deci valoarea α întreagă care dă minimul lui $\overline{C}(\alpha)$ este cea care îndeplineşte simultan relaţiile:

$$\overline{C}(\alpha - 1) > \overline{C}(\alpha) < \overline{C}(\alpha+1)$$

sistem care, după efectuarea unor calcule simplificatoare, este echivalent cu:

$$L(\alpha - 1) < \rho < L(\alpha)$$

unde:

$$L(\alpha) = p(\beta \le \alpha) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \sum_{\beta \ge \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta} \quad \text{iar} \quad \rho = \frac{c_p}{c_s + c_p}.$$

Practic, pentru găsirea lui α vom calcula toate valorile lui L(α) într-un tabel ca cel de mai jos şi vom alege acel α pentru care se obţine valoarea lui L(α) imediat superioară lui ρ.

α	β	p(β)	p(β ≤ α)	$\alpha + \frac{1}{2}$	$\frac{p(\beta)}{\beta}$	$\sum_{\beta \ge \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta}$	$\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \sum_{\beta \ge \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta}$	L(α)
0	0	p(0)						
1	1	p(1)						
2	2	p(2)						
⋮	⋮	⋮						

În final, pentru α_0 găsit, se calculează costul mediu minim $\overline{C}(\alpha_0)$

Generalizări

Caz 1 Sunt situaţii în care cererea de produse se poate situa într-un interval foarte mare (produse de valoare mică), caz în care calcularea probabilităţilor pentru fiecare valoare a cererii ar cere un efort prea mare, acesta nefiind justificat şi prin faptul că probabilitatea pentru o anumită cerere este practic aceeaşi pentru un întreg interval de valori din vecinătatea acesteia. Din acest motiv se împart valorile cererii în intervale egale, se presupune că cererile din fiecare interval au aceeaşi probabilitate de manifestare şi vom avea de estimat doar atâtea probabilităţi câte intervale posibile există (sau se presupune că numai anumite valori ale cererii sunt posibile, de exemplu mijloacele acestor intervale).

Cererea este o variabilă aleatoare de forma:

$$\beta = \begin{pmatrix} [a, a+l) & [a+l, a+2l) & \cdots & [\mathrm{a}+(\mathrm{n}-1)l, a+nl) & \cdots \\ \mathrm{p}_1 & \mathrm{p}_2 & \cdots & \mathrm{p}_\mathrm{n} & \cdots \end{pmatrix}$$

sau:

$$\beta = \begin{pmatrix} a+\frac{l}{2} & a+\frac{3l}{2} & \cdots & \mathrm{a}+\frac{(2n-1)l}{2} & \cdots \\ \mathrm{p}_1 & \mathrm{p}_2 & \cdots & \mathrm{p(n)} & \cdots \end{pmatrix}$$

unde a este valoarea minimă a cererii iar l lungimea intervalelor. Vom presupune În acest caz costul mediu va avea forma:

$$\overline{\mathrm{C}}(\alpha) = l\cdot\sum_{\beta=0}^{\alpha}\mathrm{c}_\mathrm{S}\cdot\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\cdot\mathrm{p}(\beta)+\frac{l}{2}\sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty}\mathrm{c}_\mathrm{s}\cdot\frac{\alpha^2}{\beta}\cdot\mathrm{p}(\beta)+\frac{l}{2}\sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty}\mathrm{c}_\mathrm{p}\cdot\frac{(\beta-\alpha)^2}{\beta}\cdot\mathrm{p}(\beta)$$

iar minimul acesteia va fi dat de acea valoare α_0 pentru care:

$$\mathrm{L}(\alpha_0 - l) < \frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\mathrm{c}_\mathrm{s}+\mathrm{c}_\mathrm{p}} < \mathrm{L}(\alpha_0) \text{ unde } \mathrm{L}(\alpha) = \mathrm{p}(\beta\ \beta\ \alpha) + \left(\alpha+\frac{l}{2}\right)\sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty}\frac{\mathrm{p}(\beta)}{\beta}$$

Caz 2 Sunt de asemenea cazuri când cererea poate lua valori într-o mulţime continuă, fiind o variabilă aleatoare continuă cu densitatea de repartiţie f(β). În acest caz valoarea medie a costului este:

$$\overline{\mathrm{C}}(\alpha) = \mathrm{c}_\mathrm{S}\cdot\int_0^{\alpha}\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\cdot f(\beta)\mathrm{d}\beta+\mathrm{c}_\mathrm{s}\cdot\int_{\alpha}^{\infty}\frac{\alpha^2}{2\beta}f(\beta)\mathrm{d}\beta+\mathrm{c}_\mathrm{p}\cdot\int_{\alpha}^{\infty}\frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta}f(\beta)\mathrm{d}\beta$$

care este o funcţie continuă în α. Pentru rezolvare vom deriva această funcţie (folosind şi formula de derivare a integralelor cu parametru:

$$\left[\int_{a(y)}^{b(y)} f(x,y)\right]' = \int_{a(y)}^{b(y)} f_y^{/}(x,y)+b'(y)\cdot f(b(y),y)-a'(y)\cdot f(a(y),y)$$

fiind îndeplinite condiţiile care permit aplicarea acesteia.) şi apoi vom găsi punctul în care se anulează aceasta: α_0 = soluţia căutată.

b) cu pierderi

Presupunem că cheltuielile de stocare sunt neglijabile. În acest caz pentru fiecare piesă stocată peste cererea manifestată se face o cheltuială inutilă c_1 iar pentru fiecare piesă lipsă, în cazul unei cereri mai mare decât stocul, o penalizare c_2 (în general $c_2 > c_1$). În acest caz, costul mediu va fi:

$$\overline{C}(\alpha) = c_1 \cdot \sum_{\beta=0}^{\alpha} (\alpha - \beta) \cdot p(\beta) + c_2 \cdot \sum_{\beta=\alpha+1}^{\infty} (\beta - \alpha) \cdot p(\beta)$$

Valoarea α întreagă care dă minimul lui $\overline{C}(\alpha)$ este cea care îndeplineşte simultan relațiile:

$$\overline{C}(\alpha - 1) > \overline{C}(\alpha) < \overline{C}(\alpha + 1)$$

sistem care, după efectuarea unor calcule simplificatoare, este echivalent cu:

$$p(\beta \leq \alpha - 1) < \frac{c_p}{c_s + c_p} < p(\beta \leq \alpha)$$

din care va fi aflat α_{optim} şi apoi $\overline{C}(\alpha_{optim})$.

Observație. Şi în acest caz se pot analiza variantele cu cerere împărțită în intervale sau cu cerere continuă, cazuri care sunt lăsate ca exerciții cititorului.

3 Modalități practice de aplicare a modelelor teoretice

3.1. Modelul S-s

Gestiunea de tip S-s sau cu două depozite se caracterizează prin faptul că reaprovizionarea se face în momentul în care nivelul curent al stocului a atins o anumită valoare notată generic cu "*s*". Acest lucru este echivalent unei gestiuni cu două depozite, în cadrul căreia reaprovizionarea se face în momentul în care primul depozit s-a golit. În perioada de reaprovizionare (de avans) consumul se va realiza din cel de-al doilea depozit, care joacă rolul stocului de siguranță.
În acest model considerăm:

- cererea totală pentru perioada T este R, aleatorie;
- costul stocării este c_S;
- costul lansării unei comenzi de reaprovizionare este c_L;
- termenul de livrare τ poate fi:

a) *neglijabil*; în acest caz obținem costul total pentru intervalul T ca fiind:

$$C = \frac{Rc_L}{q} + \frac{c_S}{2} q,$$

unde q reprezintă cantitatea de reaprovizionat.

b) *cvasiconstant*. Fie nivelul minim de reaprovizionare Ns; când stocul atinge acest nivel se lansează o comandă de q piese. Mărimile date sunt: T, τ, R, c_S, c_L şi ne propunem să determinăm pe Ns şi pe q astfel încât costul stocului pentru perioada T să fie minim. O metodă aproximativă constă în a admite că ritmul mediu al cererii este constant; în acest caz optimul cantității q^0 este independent de Ns:

$$q^0 = \sqrt{\frac{2R}{T}\frac{c_L}{c_S}} \qquad T^0 = \sqrt{\frac{2T}{R}\frac{c_L}{c_S}} \qquad C^0 = \sqrt{2RTc_L c_S}$$

Dacă τ este durata medie a termenului de reaprovizionare (cu o abatere medie pătratică mică) se va evalua legea de probabilitate a cererii pentru acest interval de timp.

Fie $F_\tau(r)$ probabilitatea cererii de r produse în intervalul τ: $F_\tau(r) = P(R \leq r)$ = probabilitatea cumulată.

Impunem condiţia ca probabilitatea epuizării stocului să fie mai mică sau egală cu valoarea dată α ($0 \leq \alpha < 1$); α reprezintă probabilitatea de penurie.

Trebuie să avem: $1 - F_\tau(r) = \alpha$. Fie Q soluţia ecuaţiei: $1 - F_\tau(r) = \alpha$, de unde rezultă $Q = Ns$.

Această metodă este aproximativă, deoarece implică ipoteze de lucru distincte pentru stocurile fiecărui depozit. Calculele pot fi efectuate fără ipoteze restrictive cu metoda Monte - Carlo (nu face obiectul lucrării de faţă).

3.2 Metoda A.B.C.

Metoda A.B.C. este un procedeu rapid pentru analiza aprovizionării şi gestiunii economice a materialelor. Această analiză clasifică mărfurile achiziţionate în funcţie de valorile de aprovizionare ale acestora şi de ponderea achiziţiilor. Prin aceasta pot fi văzute punctele de plecare pentru realizarea unei politici raţionale a achiziţiilor; pe aceasta se pot baza mai multe măsuri, începând cu simplificarea procedeelor de comandă, până la numărul de salariaţi folosiţi în depozite.

Factorul esenţial în folosirea metodei A.B.C. constă în alegerea unui criteriu corespunzător pe baza căruia se efectuează împărţirea materialelor în cele trei grupe A, B, C. Un asemenea criteriu poate fi valoarea de consum a materialului dat, în timpul stabilit, valoarea specială a materialului cu privire la folosirea lui în producţie, provenienţa din import etc.

O dată criteriul ales şi împărţirea în grupe efectuată, metoda A.B.C. poate fi utilizată în diferite domenii ale gestiunii stocurilor:

<u>Controlul selectiv al stocurilor</u>

Metoda A.B.C. permite o gestiune selectivă a stocurilor.

Stocurile tampon ale articolelor de valoare mare sunt menţinute la un nivel destul de mic. Aceste articole trebuie să fie supuse unui control de gestiune foarte strâns din partea personalului aprovizionării (articolele de mare valoare sunt adesea gospodărite cu ajutorul unui sistem de reaprovizionare periodică şi dacă intervalele sunt suficient de frecvente, un stoc tampon este mai puţin necesar).

Această metodă dă o atenţie mai mică articolelor de valoare mică, a căror epuizare se evită prin asigurarea unor stocuri tampon.

Cu ajutorul metodei A.B.C. se pot reduce investiţiile în stocuri, micşorând în acelaşi timp riscurile de epuizare.

Din analiza structurii materiale a unităţilor economice rezultă că valoarea mare în stoc este deţinută de un număr relativ mic de materiale, care nu numai că influenţează direct volumul de mijloace circulante atras, dar joacă şi rolul principal în desfăşurarea procesului de fabricaţie.

Stocurile sunt împărţite în trei clase:

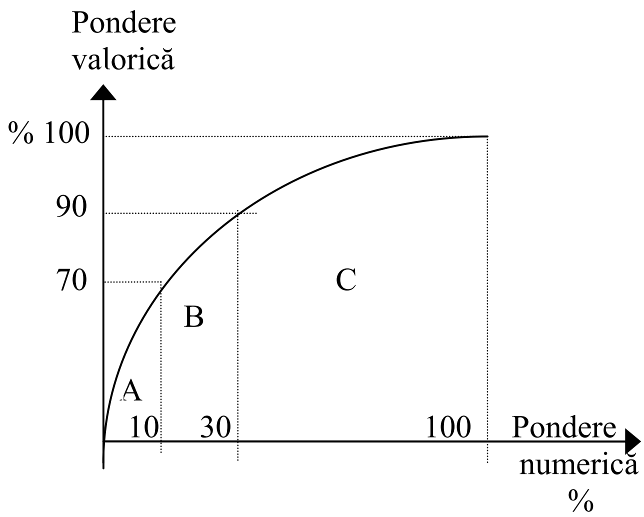
clasa A: în care intră articolele cu valoare mare reprezentând cantitativ 10 % din stoc şi 70 % valoric;

clasa B: în care intră articole reprezentând 20 % atât cantitativ cât şi valoric;

clasa C: în care intră articole ce reprezintă cantitativ 70 % din stoc şi valoric 10 %.

CLASA	PONDEREA NUMERICĂ	PONDEREA VALORICĂ
A	10	70
B	20	20
C	70	10

Gruparea materialelor în funcție de ponderea lor valorică în stocul total, pe baza datelor din tabelul de mai sus, se prezintă într-o formă expresivă în "graficul de evoluție al curbei valorilor cumulate":



Datorită importanței lor pentru procesul de fabricație şi datorită influenței asupra volumului de mijloace circulante, fiecare grupă se va aborda diferențiat, atât din punct de vedere a metodologiei de stabilire a stocurilor cât şi din punct de vedere al conducerii şi desfăşurării procesului de stocare ca atare.

Deci, metoda A.B.C., pe lângă că oferă o politică diferită pentru articolele din categoria mai scumpă, permite şi utilizarea unor metode de gospodărire diferită.

Întrucât în categoria A sunt puține articole, se poate controla zilnic nivelul stocurilor, pentru a observa variația cererii şi a supraveghea de aproape respectarea termenelor de către furnizori. Cu alte cuvinte, se înlocuieşte o parte din stocul tampon de articole scumpe printr-un control al gestiunii mai strâns. Această decizie este eficientă întrucât ea aduce la o reducere apreciabilă a investițiilor în stocuri.

Se vor folosi, deci, modele economico-matematice exigente, care vor avea în vedere elemente (factori) concrete ce condiționează nivelul stocurilor şi care asigură constituirea lor la dimensiuni cat mai mici, determinând creşterea vitezei de rotație a mijloacelor circulante la maxim.

Pentru materialele din categoria C se pot folosi procedee mai puțin exigente (chiar cu caracter statistic) şi care vor avea în vedere factorii cu acțiune hotărâtoare în optimizarea proceselor de stocare (cheltuielile de transport, sursa de proveniență etc.).

Cu articolele din categoria B se poate adopta o politică intermediară, exercitând un oarecare control, dar baza rămâne tot stocul tampon, spre deosebire de politica dusă pentru categoria A. La articolele mai ieftine este mai eficient să se suporte sarcina stocurilor, decât să se plătească salariile personalului care ar fi indispensabil pentru mărirea controlului.

Pentru grupa B se pot aplica două soluții:

a) stabilirea de modele distincte pentru dimensionarea stocurilor de materiale din această grupă cu un grad de exigență mediu;

b) folosirea pentru materialele care, ca pondere valorică, tind către grupa A de importanță, a modelelor precizate pentru această din urmă grupă, iar pentru materialele ce tind ca valoare către grupa C a modelelor specifice acestora.

Viabilitatea unui sistem de gestiune a stocurilor este determinată, în general, de felul în care acesta răspunde unor cerințe de bază, cum ar fi:

- gradul ridicat de utilitate practică;
- adaptabilitatea la utilizarea mijloacelor electronice de calcul;
- suplețea şi operaționalitatea în derularea şi adaptarea proceselor de stocare;
- aria de cuprindere mare;
- concordanța cu fenomenele reale ale procesului de formare şi consum a stocurilor;
- reducerea la minim a imobilizărilor de resurse materiale şi creşterea vitezei de rotație a mijloacelor circulante ale agenților economici;
- cheltuielile de conducere, organizare şi desfăşurare a proceselor de stocare cât mai mici.

Analizat din aceste puncte de vedere sistemul A.B.C. răspunde în mare măsură cerințelor. Acest sistem aplicat la gestiunea stocurilor are în vedere, în primul rând reducerea imobilizărilor la materialele de bază şi care se consumă în cantități mari, aspect asigurat prin exigența metodologică de dimensionare a stocurilor şi de urmărire a derulării proceselor de stocare.

3.3. Strategia IMPACT

IMPACT (Inventory Management Program and Control Techniques) este considerat ca un model eficient de stabilire a stocurilor de siguranța. Este o metodă de depozitare economică, adaptată cerințelor calculatoarelor electronice. Acest model a fost dezvoltat de IBM.

Estimarea necesarului se face prin extrapolarea valorilor din trecut. Influențele conjuncturale şi sezoniere sunt luate în calcul prin metoda de nivelare exponențială.

Stocul de siguranță se determină cu ajutorul calculului probabilităților.

Conform metodei IMPACT, sortimentelor din depozit se împart în trei grupe:

1. produse cu desfacere mare (vitale);
2. produse cu desfacere mijlocie (importante);
3. produse cu desfacere redusă (obişnuite).

Mărimea stocului de siguranță depinde de precizia estimării necesităților (cererii). Cu cât va fi apreciată mai precis în prealabil cererea, cu atât va fi mai mic stocul de siguranță.

Pentru a putea aplica metoda IMPACT sunt necesare: cunoaşterea cererilor r_i (i = 1, 2,..., T), pe T intervale de timp şi calculul abaterii medii pătratice σ.

Pentru determinarea stocului de siguranță, metoda IMPACT foloseşte următorii indicatori:

a) *cererea medie* (necesarul mediu)

$$\bar{r} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{tT} ir_i \,, \qquad \text{(V.3.1)}$$

unde T este numărul de intervale de timp cercetate;

r_i este cererea în intervalul i, i = 1, 2,..., T;

b) *MAD* (Mean Absolut Deviation) reprezintă abaterea absolută de la medie a cererilor, ca unitate de măsură a "împrăştierii" valorilor efective în jurul valorii medii.

$$MAD = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} i\left|r_i - \bar{r}\right|. \qquad \text{(V.3.2)}$$

MAD se determină ca valoare medie a valorilor absolute ale abaterilor de la cererea medie.

c) *coeficientul de siguranță* exprimă potențialul de livrare al furnizorilor. Coeficientul de siguranță (*K*) se stabileşte pe bază de tabele ale funcției normale, în cadrul căreia sunt date valorile lui *K,* corespunzător diferitelor niveluri ale potențialului de livrare al furnizorilor.

Potențialul de livrare (*Z*) exprimă gradul de satisfacere de către furnizor a unei comenzi. Acest potențial de livrare se mai numeşte *grad de deservire* sau *nivel de serviciu.*

Potențialul de livrare (*Z*) se determină după relația

$$Z = \frac{C_{LE}}{C_{LC}}, \qquad \text{(V.3.3)}$$

unde C_{LE} este cantitatea livrată efectiv;

C_{LC} este cantitatea ce trebuie livrată conform comenzii.

Rezultă $0 < Z < 1$; $Z = 0$ înseamnă că se înregistrează lipsa materialelor în stoc, fără o posibilitate eficientă de acoperire;

Z = 1 înseamnă că avem de-a face cu un serviciu perfect de servire din partea furnizorilor.

Relația de determinare a potențialului de livrare se poate exprima şi sub alte forme, ca de exemplu:

1. $$Z = \frac{N_{UC} - N_{UL}}{N_{UC}} = 1 - \frac{N_{UL}}{N_{UC}}, \qquad \text{(V.3.4)}$$

unde N_{UC} reprezintă numărul de unități (bucăți) comandate;

N_{UL} reprezintă numărul de unități (bucăți) lipsă.

2. $$Z = \frac{N_{ZT} - N_{ZL}}{N_{ZT}} = 1 - \frac{N_{ZL}}{N_{ZT}}, \qquad \text{(V.3.5)}$$

unde N_{ZT} reprezintă numărul total de zile lucrătoare din perioada de gestiune;

N_{ZL} reprezintă numărul de zile cu lipsă de stoc.

Când un produs se fabrică din mai multe materii prime, care intră simultan în consum, potențialul de livrare se calculează în funcție de necesitatea prezenței în acelaşi moment în depozit a tuturor materiilor prime care concură la obținerea lui.

Stocul de siguranță se calculează după formula:

$$N_S = K \cdot MAD$$

Între potențialul de livrare şi costul stocării necesitat de constituirea şi deținerea stocului de siguranță există o corelație strânsă. Creşterea potențialului de livrare determină creşterea costului total de stocare, dar într-o proporție mai mică, ceea ce înseamnă că eficiența este cu atât mai mare cu cât potențialul de livrare se apropie de unu.

Trebuie excluse influențele întâmplătoare, însă luate în considerare influențele conjuncturale şi sezoniere. IMPACT foloseşte în acest scop *metoda nivelării exponențiale*. Această metodă a fost dezvoltată de Robert Brown şi este cunoscută sub numele de *exponential smoothing*.

Valoarea medie a cererii se corectează cu eroarea de previziune şi se stabileşte introducând o anumită parte a erorii în noua valoare a estimației.

Fie V_1 estimarea cererii pentru prima perioadă şi r_1 cererea reală a primei perioade. Estimarea cererii pentru următoarele perioade se obține din relațiile:

$$V_i = V_{i-1} + \alpha\,(r_{i-1} - V_{i-1}),$$

unde α reprezintă constanta de nivelare; $\alpha \in (0,1)$ şi determină măsura în care valorile din trecut sunt cuprinse în estimarea cererii.

Constanta de nivelare trebuie astfel aleasă încât să țină seama suficient de influențele conjuncturale şi sezoniere, eliminând totuşi influența întregului.

$$0 < \alpha < 1$$

$\alpha = 0$ înseamnă că erorile de prevedere care apar nu sunt luate în considerare

$\alpha = 1$ înseamnă că estimarea corespunde exact cererii din perioada anterioară; toate influențele întâmplătoare sunt introduse în estimare.

Abaterea absolută de la medie (*MAD*) poate fi folosită după aceleaşi principii: abaterea medie a perioadei i va fi dată de relația

$$MAD_i = MAD_{i-1} + \alpha(|\,r_{i-1} - V_{i-1}\,| - MAD_{i-1}).$$

În acest caz $|\,r_{i-1} - V_{i-1}\,|$ este valoarea abaterii precedente față de valoarea reală.

Cererea medie (necesarul mediu) şi abaterea absolută de la medie (*MAD*) vor fi apreciate în prealabil prin metoda nivelării exponențială, urmând ca abia după aceea să se determine nivelul stocului de siguranță (N_S).