CAPITOLUL 5

STUDIU DE CAZ

Prezentarea cazului

Pentru testarea modelului a fost ales un set de date referitore la un lot de 669 de firme româneşti din industria textilă şi de confecţii pe intervalul 1994 – 1998 şi apoi un lot de 30 de firme din industria berii pe intervalul 1990 – 2001 (ca firme reprezentative pentru clasa firmelor mici şi mijlocii) pentru estimarea funcţiei de producţie şi compararea evoluţiei indicatorilor reali ai acestora cu cei rezultaţi din modelele Van Hilten şi cel propus de autor.

În tabelul de mai jos au fost identificaţi posibili indicatori din pasivul şi activul firmei, extraşi din cele două rapoarte contabile: bilanţul contabil şi contul de rezultate, consideraţi ca cei mai importanţi în analiza activităţii firmei:

Nr.	Indicator	Tip
1	Active fixe	variabilă de stare
2	Active circulante	variabilă de stare
3	Datorii	variabilă de stare
4	Număr salariaţi	variabilă de comandă
5	Cheltuieli cu personalul	variabilă rezultativă
6	Dobânzi la credite + amortizări	variabilă rezultativă
7	Cifra de afaceri	variabilă rezultativă
8	Profit (sau pierdere) net/brut	variabilă rezultativă
9	Dividende	variabilă de comandă
10	Venit din Export	variabilă rezultativă
11	Investiţii	variabilă de comandă

Pentru estimarea funcţiei de producţie firmele au fost împărţite după numărul de salariaţi în 5 grupe:

1. Firme foarte mici (de familie) cu până la 5 salariaţi;
2. Firme mici: între 5 şi 50 salariaţi;
3. Firme medii: între 50 şi 500 salariaţi.
4. Firme mari: între 500 şi 1000 salariaţi.
5. Firme foarte mari cu un număr de salariaţi de peste 1000.

Considerând cei 5 ani sau obţinut în total 25 de grupe.

De asemenea, pentru actualizare au fost utilizaţi indicatorii corespunzători anilor 1994 – 1998 în ceea ce priveşte rata de schimb leu/dolar, rata dobânzii, salariu mediu, indicele preţurilor de consum şi indicele preţurilor de producţie etc.

Pentru fiecare grupă sau identificat prin regresie parametrii α şi β care dau funcţia de producţie. Deoarece nu există informaţii privind volumul producţiei (care oricum nu este omogenă) s-a ales un produs de valoare medie 10.000 lei la nivelul anului 1994 (~6$), pe baza căruia s–a calculat volumul producţiei folosind valoarea producţiei vândute (cifra de afaceri) şi indicele preţurilor de consum.

Datele şi rezultatele obţinute sunt grupate în anexa 1 a lucrării.

Conform acestor ipoteze, în tabelul de mai jos sunt prezentate perechile (a_1,β_1) corespunzătoare cazului în care volumul producţiei s–a estimat pe baza valorii producţiei vândute şi (a_2,β_2) corespunzătoare cazului în care volumul producţiei s–a estimat pe baza cifrei de afaceri, obţinute pentru toate grupele considerate:

1994	Producţia vândută			Cifra de afaceri		
	α	β	Ω	α	β	Ω
foarte mici	11.1470	182.5185	0.1906	8.7478	199.9250	0.1616
mici	6.5716	49.8968	0.3647	-1.1418	280.0854	0.2036
medii	7.0166	146.1692	0.4494	6.9347	160.7196	0.4305
mari	3.1046	186.8136	0.5005	3.3722	194.2098	0.4871
foarte mari	34.7233	78.5871	0.4885	36.3513	83.3285	0.4714

1995	Producţia vândută			Cifra de afaceri		
	α	β	Ω	α	β	Ω
mici	-0.5471	53.2440	1.1133	-0.6174	67.8270	0.8253
medii	7.0398	151.0849	0.5632	8.5319	158.3095	0.5686
mari	14.6315	107.6598	0.5615	15.0275	114.3063	0.5638
foarte mari	29.4886	107.8036	0.4828	31.0275	113.0229	0.4646

1996	Producţia vândută			Cifra de afaceri		
	α	β	Ω	α	β	Ω
foarte mici	-20.1848	186.5987	0.1450	-19.1219	188.5740	0.1321
mici	-4.8804	110.5286	0.6546	-7.5612	141.5053	0.5878
medii	2.8910	174.3837	0.7054	3.2010	189.4929	0.6592
mari	11.8447	136.1638	0.4979	6.7654	161.7724	0.4447
foarte mari	17.5995	123.9310	0.5185	20.6776	128.0515	0.4924

1997	Producţia vândută			Cifra de afaceri		
	α	β	Ω	α	β	Ω
foarte mici	-102.0285	204.5622	0.5557	-107.1927	218.2998	0.4466
mici	-9.7440	141.2103	0.8222	-19.4630	190.9577	0.8253
medii	17.2408	99.9171	1.1629	6.1027	134.7043	1.0364
mari	18.9034	206.3547	0.5255	14.6573	229.5322	0.5138
foarte mari	47.5592	138.1695	0.4807	26.9918	174.9858	0.4726

1998	Producţia vândută			Cifra de afaceri		
	α	β	Ω	α	β	Ω
foarte mici	2.1520	137.5232	1.0912	-35.6380	176.2238	0.5497
mici	42.6710	91.5659	0.6984	34.5848	146.3395	0.5044
medii	8.9852	145.8519	0.8633	10.2924	154.8720	0.8245
mari	31.1414	144.9443	0.4892	28.0243	162.4976	0.4777
foarte mari	39.6998	148.2446	0.4196	20.3953	186.8999	0.4476

Ani	Valoarea producţiei									
	f. mici		mici		medii		mari		f. mari	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
1994	11.1470	182.5185	6.5716	49.8968	7.0166	146.1692	3.1046	186.8136	34.7233	78.5871
1995			-0.5471	53.2440	7.0398	151.0849	14.6315	107.6598	29.4886	107.8036
1996	-20.1848	186.5987	-4.8804	110.5286	2.8910	174.3837	11.8447	136.1638	17.5995	123.9310
1997	-102.0285	204.5622	-9.7440	141.2103	17.2408	99.9171	18.9034	206.3547	47.5592	138.1695
1998	2.1520	137.5232	42.6710	91.5659	8.9852	145.8519	31.1414	144.9443	39.6998	148.2446

	Cifra de afaceri									
	f. mici		mici		medii		mari		f. mari	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
1994	8.7478	199.9250	-1.1418	280.0854	6.9347	160.7196	3.3722	194.2098	36.3513	83.3285
1995			-0.6174	67.8270	8.5319	158.3095	15.0275	114.3063	31.0275	113.0229
1996	-19.12	188.5740	-7.5612	141.5053	3.2010	189.4929	6.7654	161.7724	20.6776	128.0515
1997	-107.1	218.2998	-19.463	190.9577	6.1027	134.7043	14.6573	229.5322	26.9918	174.9858
1998	-35.63	176.2238	34.584	146.3395	10.292	154.8720	28.0243	162.4976	20.3953	186.8999

Din tabelele obţinute mai sus se observă că setul de date are o dispersie foarte mare datorată atât unei foarte mari diversităţi a tipurilor de firme cât şi faptului că datele sunt cele raportate de firme, deci susceptibile de mari diferenţe faţă de cele reale.

Totuşi, este evidentă o preponderenţă a importanţei capitalului circulant faţă de cel fix pentru toate categoriile de firme şi pentru toţi anii, cu atât mai mare cu cât dimensiunea firmei este mai mică, cele mai omogene rezultate obţinându–se pentru firmele din categoria medii şi mari.

De asemenea, există o mai mare omogenitate în ceea ce priveşte exprimarea volumului producţiei prin valoarea producţiei vândute decât prin cifra de afaceri. Această variantă va fi luată în considerare, ea fiind de altfel şi corespunzătoare ipotezei că firma obţine venituri numai din vânzarea produselor proprii şi ipotezei că reuşeşte să–şi vândă toată producţia.

Este evident că fiecare firmă are propria funcţie de producţie şi aceasta va fi cea care va fi luată în considerare la aplicarea modelului, totuşi, pentru exemplu care va analizat în continuare , vom considera cazul care corespunde celei mai probabile valori a dubletului (α,β) din cazul firmelor de valoare medie:

$$\alpha = 7,\ \beta = 145$$

Pentru exemplificare va fi aleasă o firmă de dimensiune medie pentru care există observaţii pe întregul interval 1994–1998 şi suma abaterilor valorilor calculate faţă de cele observate este minimă.

A fost aleasă firma TRICOMEL SA CIMPENI cu un număr mediu de 307 salariaţi, pentru care există informaţiile:

AN	Total Active	Capital Fix	Capital Circulant	Profit	Producţia Vândută	Cifra Afaceri	Număr Salariaţi
1998	7951	5115	2836	573	5067	5129	307

1997	5858	4356	1502	318	4197	4392	324
1996	2471	1556	915	57	1522	1559	256
1995	1952	1586	362	0	515	538	220
1994	1861	1557	304	–85	581	629	298

Dacă aducem toate informaţiile la nivelul anului 1994 obţinem tabelul:

AN	Total Active	Capital Fix	Capital Circulant	Profit	Producţia Vândută	Cifra Afaceri	Număr Salariaţi
1998	1068,316	687,264	381,052	76,9897	680,8146	689,1451	307
1997	1252,269	931,1854	321,0837	67,9791	897,1959	938,8812	324
1996	1345,924	847,5343	498,3894	31,04721	829,0149	849,1683	256
1995	1475,864	1199,14	273,7002	0	389,3802	406,77	220
1994	1861	1557	304	-85	581	629	298

Parametrii modelului vor fi de asemenea estimaţi pe baza informaţiilor din anii respectivi. Astfel, valoarea impozitului pe profit va fi calculat pe baza celor aplicate pe anii 1990–1998:

	1991	**1992**	**1993**	**1994**	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**
T+I/PIB	variabil (vezi anexa 2)				38%	38%	38%	38%

Vom lua ca valoare a lui f o valoarea medie corespunzătoare perioadei 1991-1998, adică:

$$f = 0,3$$

În ceea ce priveşte rata de amortizare a capitalului fix vom considera că în industria textilă capitalul fix (maşini, utilaje, instalaţii, clădiri etc) se amortizează în medie în 7 ani, deci:

$$a = 0,15$$

Rata dobânzii pe anii 1990 – 1998 a fost:

1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
3.8	23.4	43.6	58.9	91.4	48.6	55.8	63.7	51.1

Vom considera ca rata medie pe cei 5 ani pe care avem informaţii contabile despre firme ca fiind media aritmetică a dobânzii pe cei 9 ani din care am eliminat anii extremi (1990 şi 1994):

$$r = \frac{23,4 + 43,6 + 58,9 + 48,6 + 55,8 + 63,7 + 51,1}{7} = 49,3\% =\sim 0,5$$

Se observă imediat că valoarea dobânzii a avut fluctuaţii foarte mari chiar şi în condiţiile eliminării valorilor extreme, deci ipoteza că am avea o rată a dobânzii constantă este destul de nerealistă în cazul economiei României în primul deceniu de tranziţie la economia de piaţă.

Rata de revenire a acţionarilor la o unitate monetară investită va fi cea propusă de Banca Naţională a României, adică un pic mai mică decât rata dobânzii pe piaţa financiară. Vom considera în model ca rată de revenire valoarea:

$$i = 0{,}48$$

În ceea ce priveşte cota de rambursare anuală a datoriilor (amortismentul) vom considera că, dată fiind valoarea mare a dobânzii şi volatilitatea acesteia, nu sunt practice (atât din punctul de vedere al băncii cât şi al firmei) împrumuturi pe termen foarte lung, termenul mediu de rambursare fiind considerat a fi de 5 ani:

$$b = 0{,}2$$

Ponderea maximă a datoriilor faţă de valoarea capitalului social va fi considerată cea acceptată în general în analizele economice:

$$k = 0{,}5$$

Cota maximă a creditelor pentru investiţii (în raport cu facilităţile sistemului bancar şi calculat faţă de investiţiile în capital fix) va fi în conformitate cu legislaţia existentă în majoritatea băncilor din România:

$$\gamma = 0{,}8$$

Valorile parametrilor a, β vor fi considerate în 3 ipostaze:

a) cele obţinute prin analiza prin regresie aplicată întregului set de date disponibile:

$$a = 7$$
$$\beta = 145$$

b) cele corespunzătoare firmei TRICOMEL rezultaţi din regresie pentru activitatea pe cei 5 ani:

$$\alpha = 6.04$$
$$\beta = 178.0115$$

c) cele care ar rezulta pentru firma TRICOMEL dacă am descompune activitatea ei pe luni calendaristice:

$$\alpha = 0.0886$$
$$\beta = 190.5586$$

Pentru preţ vom considera două variante:

a) În cazul concurenţei perfecte vom alege ca preţ de vânzare a bunurilor firmei preţul care a fost considerat ca standard în analiza de regresie:

$$p = 0{,}01 \text{ milioane lei}$$

b) Pentru cazul concurenţei imperfecte, în care firma poate impune un preţ peste valoarea normală a produsului, vom calcula mai întâi valoarea medie a producţiei pentru cei cinci ani analizaţi, vom considera că preţul produsului este descrescător în funcţie de volumul producţiei şi că această funcţie scade asimptotic spre valoarea preţului standard când valoarea producţiei tinde la infinit. Vom propune ca funcţie inversă a ofertei funcţia:

$$p(Q) = 0{,}01 + A/Q^{alfa}$$

cu A şi alfa strict pozitivi

Var.	α	β	f	i	a	b	r	k	γ	p	K_C^0	K_F^0	Y_0	I_{max}	D_{max}	T	N
I	7	145	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	0,01	304	1557	10	1000	100	5	100000
II	6	178	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	0,01	304	1557	10	1000	100	5	100000
III	0,09	191	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	0,01	25	1557	10	100	10	50	10000

1. Cazul continuu în condiţii de concurenţă perfectă

1.1 Analiza traiectoriilor de bază

Traiectoria **1** ($F = 0.8 \cdot I_F$, $D = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t)$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t)$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t)$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$

Din a treia ecuaţie rezultă că firma nu are datorii ($Y = 0$), nu se fac investiţii ($I_F(t) = 0$), nu se fac împrumuturi ($F(t) = 0$), nu se plătesc dividende (nu se retrag bani din firmă) ($D = 0$) şi are loc o restructurare a activităţii firmei prin scăderea puternică a capitalului fix al firmei:

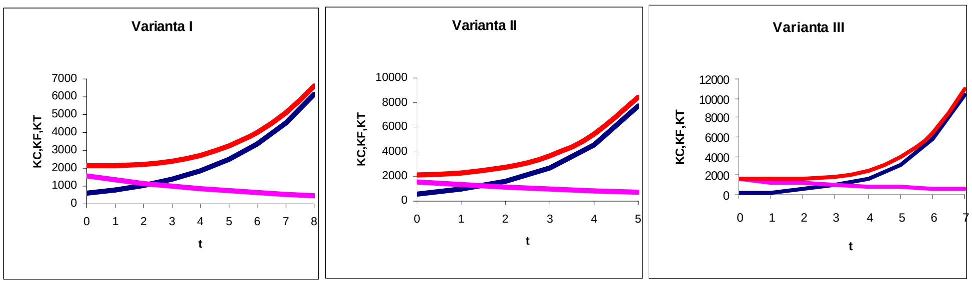
$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t} \to 0$$

în favoarea unei creşteri a capitalului circulant:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$K_C(t) = 450{,}358 \cdot e^{0.315 \cdot t} + 146{,}358 \cdot e^{0.165 \cdot t} \to \infty.$	$K_C(t) = 439{,}459 \cdot e^{0.546 \cdot t} + 135{,}459 \cdot e^{0.396 \cdot t} \to \infty.$	$K_C(t) = 96{,}04591 \cdot e^{0.637 \cdot t} + 71{,}04591 \cdot e^{0.487 \cdot t}$

Traiectoria nu poate fi traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq 0$.

În figura de mai jos sunt reprezentate evoluţiile capitalului fix, capitalului circulant şi pentru cele trei variante (KF – mov, KC – albastru, KT – roşu):



Traiectoria **2** ($F = \gamma \cdot I_F$, $D = D_{max}$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 100$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 100$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 100$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$ $\overline{I_F}(t) = 0$

Din a treia ecuaţie rezultă că firma nu are datorii ($Y = 0$), nu se fac investiţii ($I_F(t) = 0$), nu se fac împrumuturi ($F(t) = 0$), nu se plătesc dividende (nu se retrag bani din firmă) ($D = 0$) şi are loc o restructurare a activităţii firmei prin scăderea puternică a capitalului fix al firmei:

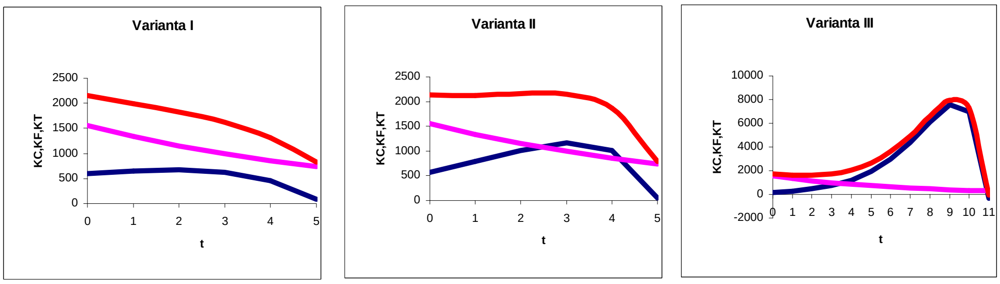
$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0.15 \cdot t} \to 0$$

în favoarea unei creşteri a capitalului circulant:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$K_C(t) = (450,358 - 100 \cdot t) \cdot e^{0.315 \cdot t} + 146,358 \cdot e^{0.165 \cdot t}$	$K_C(t) = (439,459 - 100 \cdot t) \cdot e^{0.546 \cdot t} + 135,459 \cdot e^{0.396 \cdot t}$	$K_C(t) = (96,04591 - 10 \cdot t) \cdot e^{0.637 \cdot t} + 71,04591 \cdot e^{0.487 \cdot t}$

Traiectoria nu poate fi traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq 0$.

În figura de mai jos sunt reprezentate evoluţiile capitalului fix, capitalului circulant şi pentru cele trei variante:



Traiectoria **3** ($F = \gamma \cdot I_F$, $D = 0$, $Y = k \cdot (K_F + K_C)$)

Sistemul canonic redus devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0{,}094 \cdot K_F(t) + 0{,}315 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}087 \cdot K_F(t) + 0{,}546 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}04563 \cdot K_F(t) + 0{,}637 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t)$
$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$
$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$	$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$	$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$

După înlocuirea expresiei investiției $I_F(t)$ obținută din a treia ecuație în primele două ecuații se obține un sistem de două ecuații cu coeficienți constanți:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0{,}0525 \cdot K_C(t) - 0{,}30975 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}139125 \cdot K_C(t) - 0{,}31238 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}17325 \cdot K_C(t) - 0{,}32789 \cdot K_F(t)$
$\dot{K}_F(t) = 0{,}2125 \cdot K_C(t) - 0{,}29438 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 0{,}356875 \cdot K_C(t) - 0{,}29875 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 0{,}41375 \cdot K_C(t) - 0{,}32461 \cdot K_F(t)$
$K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$	$K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$	$K_C(0) = 25$, $K_F(0) = 1557$

Soluția sistemului în cazul variantei I este:

$$K_C(t) = -2272.2 \cdot \sin(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t} + 304 \cdot \cos(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t}$$
$$K_F(t) = -1086.7 \cdot \sin(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t} + 1557 \cdot \cos(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t}$$

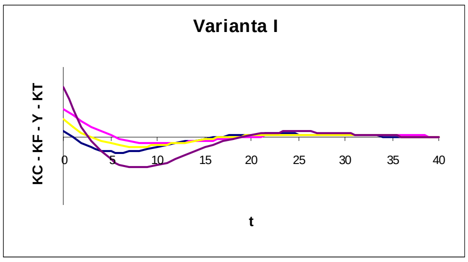
După găsirea evoluției capitalului fix și a celui circulant putem afla evoluția datoriei firmei din relația $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

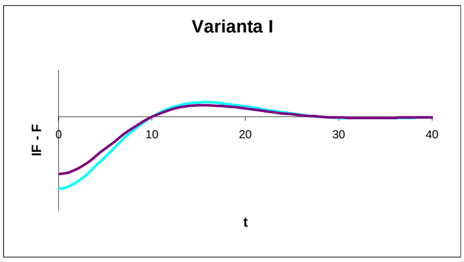
$$Y(t) = -1679.45 \cdot \sin(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t} + 930.5 \cdot \cos(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t}$$

a investițiilor în capitalul fix din a treia ecuație a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -201.89 \cdot \sin(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t} - 381.85 \cos(0.18905 \cdot t) \cdot e^{-0.12094 \cdot t} + 75.57 \cdot e^{-0.12094 \cdot t}$$

și în final evoluția împrumuturilor firmei din relația $F(t) = 0{,}8 \cdot I_F(t)$.





Soluţia sistemului în cazul variantei II este:

$K_F(t)$ = $-921.89 \cdot \sin(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t} + 1557 \cdot \cos(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t}$
$K_C(t)$ = $-1665.4 \cdot \sin(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t} + 304 \cdot \cos(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t}$

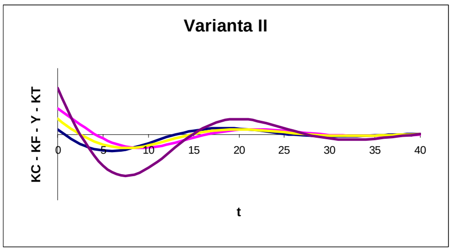
După găsirea evoluţiei capitalului fix şi a celui circulant putem afla evoluţia datoriei firmei din relaţia $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

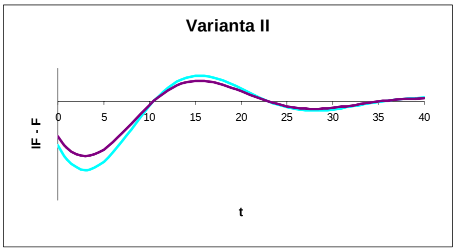
$$Y(t) = -1293.64 \cdot \sin(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t} + 930.5 \cdot \cos(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t}$$

a investiţiilor în capitalul fix din a treia ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -487.56 \cdot \sin(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t} - 267.85 \cdot \cos(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t}$$

şi în final evoluţia împrumuturilor firmei din relaţia $F(t) = 0{,}8 \cdot I_F(t)$.





Soluţia sistemului în cazul variantei III este:

$K_C(t)$ = $-1857.6 \cdot \sin(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t} + 25 \cdot \cos(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t}$
$K_F(t)$ = $-1389.6 \cdot \sin(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t} + 1557 \cdot \cos(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t}$

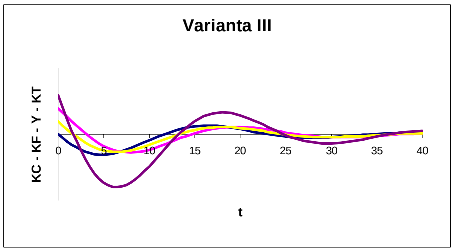
După găsirea evoluţiei capitalului fix şi a celui circulant putem afla evoluţia datoriei firmei din relaţia $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

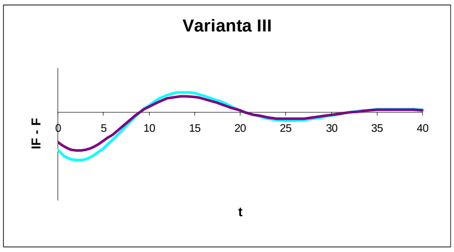
$$Y(t) = -1623.6 \cdot \sin(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t} + 791 \cdot \cos(0.25209 \cdot t) \cdot e^{-0.079813 \cdot t}$$

a investiţiilor în capitalul fix din a treia ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -520.72 \cdot \sin(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t} - 428.03 \cdot \cos(0.27147 \cdot t) \cdot e^{-0.07568 \cdot t}$$

şi în final evoluţia împrumuturilor firmei din relaţia $F(t) = 0{,}8 \cdot I_F(t)$.





Se observă în toate cazurile că evoluţiile sunt oscilante şi amortizate spre valoarea de echilibru zero. Evident, firma va evolua pe această traiectorie doar pe intervalele de timp unde toate variabilele au valori pozitive.

În acest caz firma face împrumuturi la maxim $F = \gamma \cdot I_F$, nivelul capitalului împrumutat este maxim $Y = k \cdot (K_F + K_C)$ şi nu plăteşte dividende.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq k \cdot (K_F^0 + K_C^0)$.

Traiectoria **4** ($F = \gamma \cdot I_F$, $D = D_{max}$, $Y = k \cdot (K_F + K_C)$)

Sistemul canonic redus devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0{,}094 \cdot K_F(t) + 0{,}315 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t) - 100$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}087 \cdot K_F(t) + 0{,}546 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t) - 100$	$\dot{K}_C(t) = 0{,}04563 \cdot K_F(t) + 0{,}637 \cdot K_C(t) - 0{,}175 \cdot (K_F + K_C) - I_F(t) - 10$
$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = I_F(t) - 0.15 \cdot K_F(t)$
$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$	$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$	$0.5 \cdot (\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0.8 \cdot I_F(t) - 0.1 \cdot (K_F + K_C)$

După înlocuirea expresiei investiţiei $I_F(t)$ obţinută din a treia ecuaţie în primele două ecuaţii se obţine un sistem de două ecuaţii cu coeficienţi constanţi:

Varianta I	$\dot{K}_C(t) = -0{,}0725 \cdot K_C(t) - 0{,}061625 \cdot K_F(t) - 37{,}5$ $\dot{K}_F(t) = -0.16938 \cdot K_C(t) - 0{,}29438 \cdot K_F(t) - 62{,}5$ $K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$
Varianta II	$\dot{K}_C(t) = 0{,}014125 \cdot K_C(t) - 0{,}06425 \cdot K_F(t) - 37{,}5$ $\dot{K}_F(t) = 0{,}35688 \cdot K_C(t) - 0{,}17375 \cdot K_F(t) - 62{,}5$ $K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$
Varianta III	$\dot{K}_C(t) = 0{,}04825 \cdot K_C(t) - 0{,}079764 \cdot K_F(t) - 3{,}75$ $\dot{K}_F(t) = 0{,}41375 \cdot K_C(t) - 0{,}19961 \cdot K_F(t) - 6{,}25$ $K_C(0) = 25$, $K_F(0) = 1557$

Soluţia sistemului în cazul variantei I este:

$K_C(t) = -98{,}528 - 1030{,}2 \cdot \sin(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t} + 402{,}53 \cdot \cos(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t}$

$K_F(t) = -492{,}6 - 132{,}58 \cdot \sin(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t} + 2049{,}6 \cdot \cos(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t}$

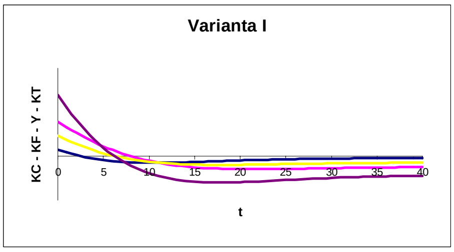
După găsirea evoluţiei capitalului fix şi a celui circulant putem afla evoluţia datoriei firmei din relaţia $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

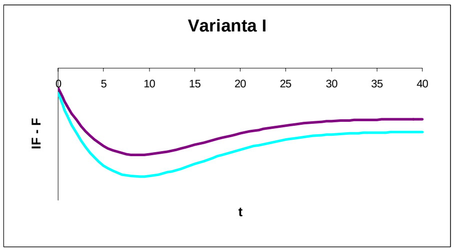
$$Y(t) = -295{,}564 - 581{,}39 \cdot \sin(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t} + 1226{,}065 \cdot \cos(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t}$$

a investiţiilor în capitalul fix din a treia ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -73{,}891 - 216{,}36 \cdot \sin(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t} + 45{,}82 \cdot \cos(0{,}10368 \cdot t) \cdot e^{-0{,}12094 \cdot t}$$

şi în final evoluţia împrumuturilor firmei din relaţia $F(t) = 0{,}8 \cdot I_F(t)$.





Se observă că pentru acest caz această traiectorie nu este admisibilă deoarece valoarea împrumuturilor nu respectă condiţia de nenegativitate.

Soluţia sistemului în cazul variantei II este:

$$K_C(t) = -122{,}10 + 426{,}10 \cdot \cos(0{,}11877 \cdot t) \cdot e^{-0{,}079813 \cdot t} - 835{,}56 \cdot \sin(0{,}11877 \cdot t) e^{-0{,}079813 \cdot t}$$
$$K_F(t) = -610{,}5 + 2167{,}5 \cdot \cos(0{,}11877 \cdot t) \cdot e^{-0{,}079813 \cdot t} - 433{,}99 \cdot \sin(0{,}11877 \cdot t) e^{-0{,}079813 \cdot t}$$

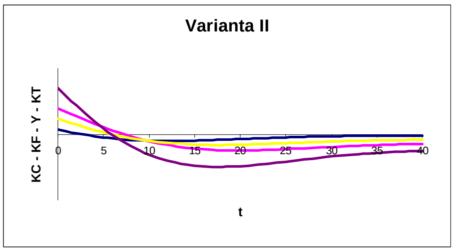
După găsirea evoluţiei capitalului fix şi a celui circulant putem afla evoluţia datoriei firmei din relaţia $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

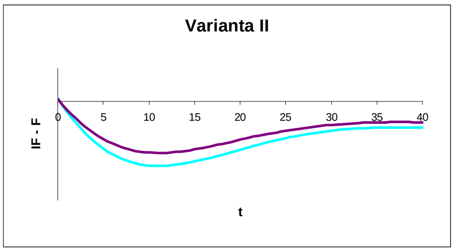
$$Y(t) = -366{,}3 + 1296{,}8 \cdot \cos(0{,}11877 \cdot t) \cdot e^{-0{,}079813 \cdot t} - 634{,}775 \cdot \sin(0{,}11877 \cdot t) e^{-0{,}079813 \cdot t}$$

a investiţiilor în capitalul fix din a treia ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -91{,}575 - 287{,}89 \cdot \sin(0{,}11877 \cdot t) e^{-0{,}079813 \cdot t} + 100{,}58 \cdot \cos(0{,}11877 \cdot t) \cdot e^{-0{,}079813 \cdot t}$$

şi în final evoluţia împrumuturilor firmei din relaţia $F(t) = 0{,}8 \cdot I_F(t)$.





Soluţia sistemului în cazul variantei III este:

$$K_C(t) = -10{,}697 + 35{,}697 \cdot \cos(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t} - 933{,}79 \cdot \sin(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t}$$
$$K_F(t) = -53{,}485 + 1610{,}5 \cdot \cos(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t} - 1391{,}4 \cdot \sin(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t}$$

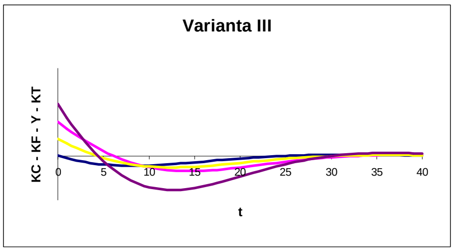
După găsirea evoluţiei capitalului fix şi a celui circulant putem afla evoluţia datoriei firmei din relaţia $Y = k \cdot (K_F + K_C)$:

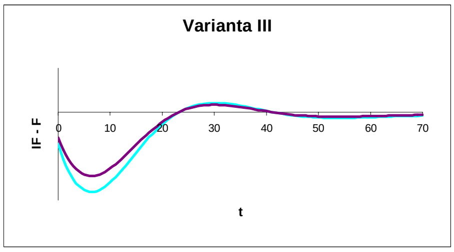
$$Y(t) = -32{,}091 + 823{,}10 \cdot \cos(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t} - 1162{,}6 \cdot \sin(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t}$$

a investiţiilor în capitalul fix din a treia ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$I_F(t) = -8{,}0228 - 65{,}13 \cdot \cos(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t} - 317{,}33 \cdot \sin(0{,}13283 \cdot t) \cdot e^{-0{,}07568 \cdot t}$$

şi în final evoluţia împrumuturilor firmei din relaţia $F(t) = 0,8 \cdot I_F(t)$.





Se observă în toate cazurile că evoluţiile sunt oscilante şi amortizate spre valoarea de echilibru zero. Evident, firma va evolua pe această traiectorie doar pe intervalele de timp unde toate variabilele au valori pozitive.

În acest caz firma face împrumuturi la maxim $F = \gamma \cdot I_F$, nivelul capitalului împrumutat este maxim $Y = k \cdot (K_F + K_C)$ plăteşte dividende la maxim.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq k \cdot (K_F^0 + K_C^0)$.

Traiectoria **5** ($I_F = I_{max}$, $F = \gamma \cdot I_{max}$, $D = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t)$ =0.094·K_F(t)+0.315·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.087·K_F(t)+0.546·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.04563·K_F(t)+0.637·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000
$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15·$K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15·$K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15·$K_F(t)$
$\dot{Y}(t)$ = 800 – 0,2·$Y(t)$	$\dot{Y}(t)$ = 800 – 0,2·$Y(t)$	$\dot{Y}(t)$ = 800 – 0,2·$Y(t)$

Varianta I

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666,667 - 5109,667 \cdot e^{-0,15 \cdot t}$$

Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie liniară în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666,667 - 5109,667 \cdot e^{-0,15 \cdot t}) - \\ -0.35 \cdot (4000 - 3990 \cdot e^{-0,2 \cdot t}) - 1000$$

care are soluţia:

$$K_C(t) = 5629,6 + 1032,9 \cdot e^{-0.15 \cdot t} - 2711,7 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 3646,9 \cdot e^{0.315 \cdot t}$$

Varianta II

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie liniară în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0.546 \cdot K_C(t) + 0.087 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - \\ - 0.35 \cdot (4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}) - 1000$$

care are soluţia:

$$K_C(t) = 3333{,}3 + 638{,}71 \cdot e^{-0.15 \cdot t} - 1872 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 1796{,}1 \cdot e^{0.546 \cdot t}$$

Varianta III

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie liniară în capitalul circulant:

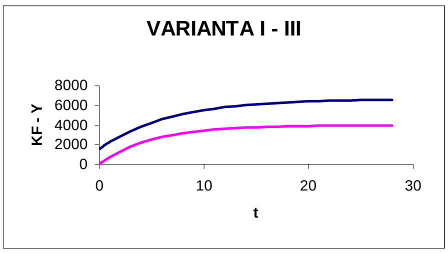
$$\dot{K}_C(t) = 0.637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 0.35 \cdot (4000 - \\ - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}) - 1000$$

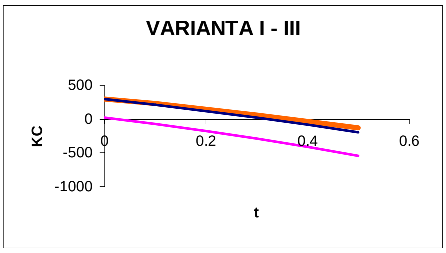
care are soluţia:

$$K_C(t) = 3290{,}1 + 296{,}26 \cdot e^{-0.15 \cdot t} - 1668{,}5 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 1892{,}9 \cdot e^{0.637 \cdot t}$$

Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii şi împrumuturi la maxim şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi a datoriei firmei.

Evoluţiile mărimilor de stare sunt redate în figura de mai jos:





Traiectoria **6** ($I_F = I_{max}$, $F = \gamma \cdot I_F$, $D = D_{max}$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 1100$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 1100$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 1100$
$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$
$\dot{Y}(t) = 800 - 0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = 800 - 0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = 800 - 0{,}2 \cdot Y(t)$

Varianta I

Din a doua ecuație (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Din a treia ecuație (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluțiile capitalului fix și a datoriei în prima ecuație obținem o ecuație liniară în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - \\ - 0.35 \cdot (4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}) - 1100$$

care are soluția:

$$K_C(t) = 5947{,}1 + 1032{,}9 \cdot e^{-0.15 \cdot t} - 2711{,}7 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 3964{,}4 \cdot e^{0.315 \cdot t}$$

Varianta II

Din a doua ecuație (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Din a treia ecuație (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluțiile capitalului fix și a datoriei în prima ecuație obținem o ecuație liniară în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0.546 \cdot K_C(t) + 0.087 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - \\ - 0.35 \cdot (4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}) - 1100$$

care are soluția:

$$K_C(t) = 3516{,}5 + 638{,}71 \cdot e^{-0.15 \cdot t} - 1872 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 1979{,}2 \cdot e^{0.546 \cdot t}$$

Varianta III

Din a doua ecuație (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie liniară în capitalul circulant:

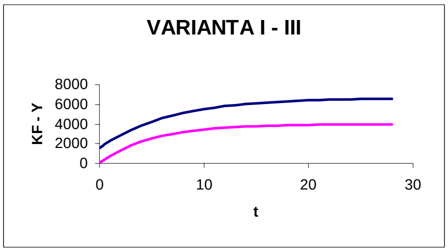
$$\dot{K}_C(t) = 0.637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - \\ - 0.35 \cdot (4000 - 3990 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}) - 1100$$

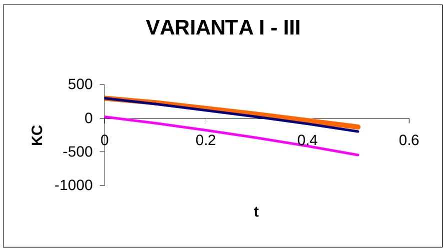
care are soluţia:

$$K_C(t) = 3447{,}1 + 296{,}26 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1668{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} - 2049{,}9 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$$

Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii şi împrumuturi la maxim şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi a datoriei firmei.

Evoluţiile mărimilor de stare sunt redate în figura de mai jos:





Traiectoria **7** ($F = \gamma \cdot I_F = 0$, $D = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y$ $\dot{K}_F(t) = 0{,}15 \cdot K_F(t)$ $\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$

Pentru toate cele trei variante din ultimele două ecuaţii se obţin imediat evoluţiile capitalului fix şi datoriei firmei:

$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$
$Y(t) = 10 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$

iar după înlocuirea acestora în prima ecuaţie ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

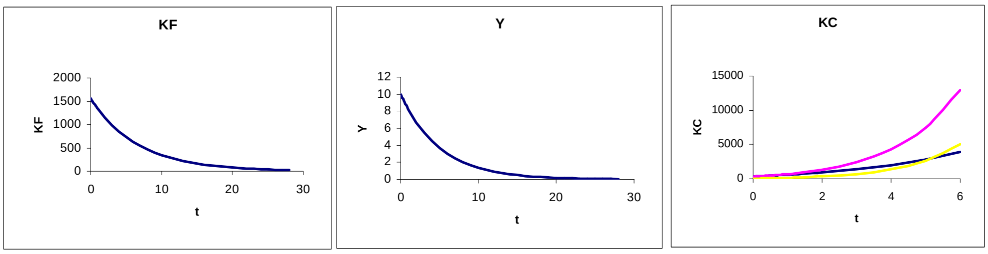
$$\text{I. } \dot{K}_C(t) = 0{,}315 \cdot K_C(t) + 0{,}094 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$
$$\text{II. } \dot{K}_C(t) = 0{,}546 \cdot K_C(t) + 0{,}087 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$
$$\text{III. } \dot{K}_C(t) = 0{,}637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

cu soluţiile:

$$\text{I. } K_C(t) = -314{,}75 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 6{,}7961 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 611{,}95 \cdot e^{0{,}315 \cdot t}$$
$$\text{II. } K_C(t) = -194{,}63 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 4{,}6917 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 493{,}93 \cdot e^{0{,}546 \cdot t}$$
$$\text{III. } K_C(t) = -90{,}274 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 4{,}1816 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 111{,}09 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$$

Pe această traiectorie firma nu face investiţii, nu face împrumuturi, nu plăteşte dividende, are loc o scădere a capitalului fix în paralel cu eliminarea rapidă a datoriilor în paralel cu o creştere rapidă a capitalului circulant.

Evoluţia variabilelor de stare ale firmei sunt redate în figura de mai jos:



Traiectoria **8** ($F = \gamma \cdot I_F = 0, D = D_{max}$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 100$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 100$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 0.35 \cdot Y - 100$
$\dot{K}_F(t) = 0{,}15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$
$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$

Pentru toate cele trei variante din ultimele două ecuaţii se obţin imediat evoluţiile capitalului fix şi datoriei firmei:

$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$
$$Y(t) = 10 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

iar după înlocuirea acestora în prima ecuaţie ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

I. $\dot{K}_C(t) = 0{,}315 \cdot K_C(t) + 0{,}094 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} - 100$

II. $\dot{K}_C(t) = 0{,}546 \cdot K_C(t) + 0{,}087 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} - 100$

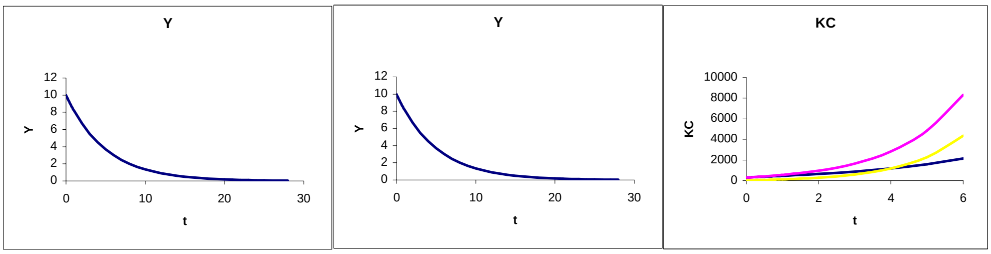
III. $\dot{K}_C(t) = 0{,}637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} - 100$

cu soluţiile:

I. $K_C(t) = 317{,}46 - 314{,}75 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 6{,}7961 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 294{,}49 \cdot e^{0{,}315 \cdot t}$
II. $K_C(t) = 183.\ 15 - 194{,}63 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 4{,}6917 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 310{,}78 \cdot e^{0{,}546 \cdot t}$
III. $K_C(t) = 15{,}699 - 90{,}274 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 4{,}1816 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 95{,}394 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$

Pe această traiectorie firma nu face investiţii, nu face împrumuturi, nu plăteşte dividende, are loc o scădere a capitalului fix în paralel cu eliminarea rapidă a datoriilor în paralel cu o creştere rapidă a capitalului circulant.

Evoluţia variabilelor de stare ale firmei sunt redate în figura de mai jos:



Traiectoria **9** ($F = \gamma \cdot I_F = 0$, $D = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t)$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t)$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t)$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$

În toate cele trei variante rezultă imediat evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

şi apoi a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$

Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 0.546 \cdot K_C(t) + 0.087 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 0.637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$

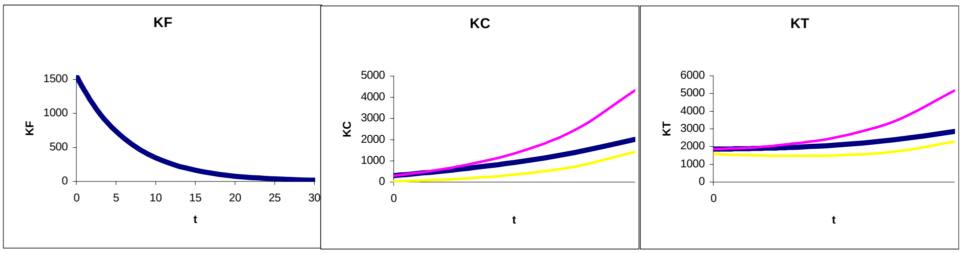
de unde obţinem evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $K_C(t) = -314{,}75 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 618{,}75 \cdot e^{0{,}315 \cdot t}$

Varianta II: $\dot{K}_C(t) = -194{,}63 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 498{,}63 \cdot e^{0{,}546 \cdot t}$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = -90{,}274 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 115{,}27 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$

Evoluţiile capitalului fix, a celui circulant şi a celui total sunt evidenţiate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu are datorii, nu face împrumuturi, nu face investiţii, nu plăteşte dividende, are loc o scădere a capitalului fix, evoluţia capitalului circulant depinzând de parametrii sistemului.

Traiectoria **10** ($F = \gamma \cdot I_F = 0$, $D = D_{max}$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 100$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 100$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 100$ $\dot{K}_F(t) = -0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$

În toate cele trei variante rezultă imediat evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

şi apoi a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 100$

Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 0.546 \cdot K_C(t) + 0.087 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 100$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 0.637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 10$

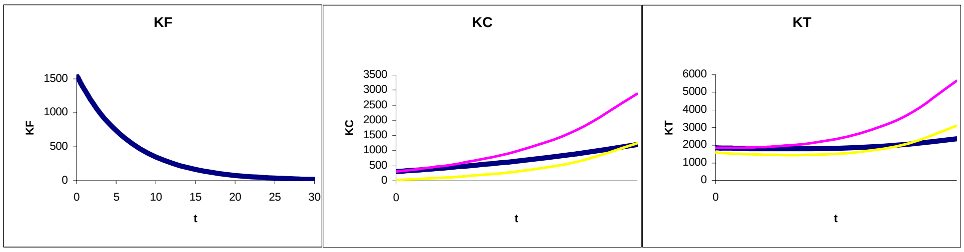
de unde obţinem evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $K_C(t) = -314{,}75 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 301{,}29 \cdot e^{0{,}315 \cdot t} + 317{,}46$

Varianta II: $\dot{K}_C(t) = -194{,}63 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 315{,}47 \cdot e^{0{,}546 \cdot t} + 183{,}15$

Varianta III: $\dot{K}_C(t)$ = -90,274·e$^{-0,15\cdot t}$ + 99,576·e$^{0,637\cdot t}$ + 15,699

Evoluţiile capitalului fix, a celui circulant şi a celui total sunt evidenţiate în figura de mai jos:



Traiectoria **11** ($I_F = I_{max}$, $D = 0$, $F = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t)$ =0.094·$K_F(t)$ + 0.315·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.087·$K_F(t)$ + 0.546·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.04563·$K_F(t)$ + 0.637·$K_C(t)$ – 0.35·Y – 1000
$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 · $K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 · $K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 · $K_F(t)$
$\dot{Y}(t)$ = – 0,2 · $Y(t)$	$\dot{Y}(t)$ = – 0,2 · $Y(t)$	$\dot{Y}(t)$ = – 0,2 · $Y(t)$

Din ultima ecuaţie obţinem, pentru toate trei variantele, evoluţia datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate, pentru toate trei variantele, evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666,667 – 5109,667\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t)$ = 0.315·$K_C(t)$ + 0.094·(6666,667 – 5109,667·$e^{-0,15\cdot t}$) – 3,5·$e^{-0,2\cdot t}$ – 1000

Varianta II: $\dot{K}_C(t)$ = 0.546·$K_C(t)$ + 0.087·(6666,667 – 5109,667·$e^{-0,15\cdot t}$) – 3,5·$e^{-0,2\cdot t}$ – 1000

Varianta III: $\dot{K}_C(t)$ = 0.637·$K_C(t)$ + 0.04563·(6666,67 - 5109,67·$e^{-0,15\cdot t}$) - 3,5·$e^{-0,2\cdot t}$ - 1000

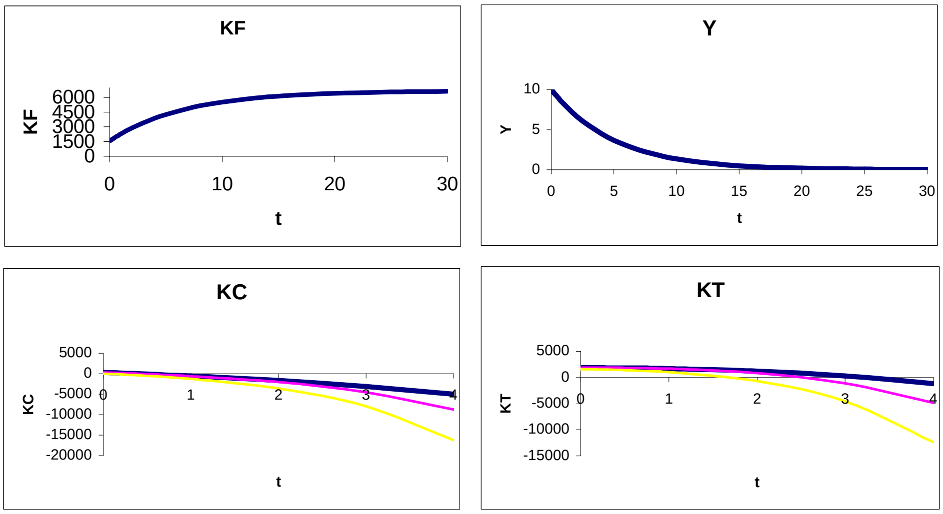
din care se obţine evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t)$ = 1185,2 + 1032,9·$e^{-0,15\cdot t}$ + 6,7961·$e^{-0,2\cdot t}$ – 1920,9·e$^{0,315\cdot t}$

Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 769{,}23 + 638{,}71\cdot e^{-0{,}15\cdot t} + 4{,}6917\cdot e^{-0{,}2\cdot t} - 1108{,}6\cdot e^{0{,}546\cdot t}$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 1092{,}3 + 296{,}26\cdot e^{-0{,}15\cdot t} + 4{,}1816\cdot e^{-0{,}2\cdot t} - 1367{,}7\cdot e^{0{,}637\cdot t}$

Evoluţiile indicatorilor de stare ai firmei sunt evidenţiate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii la maxim, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi de scădere a datoriei firmei în paralel cu o scădere accelerată a capitalului circulant.

Evident, traiectoria este acceptabilă doar pe intervalul în care toţi indicatorii respectă restricţia de semn, în cazul de faţă doar atât timp cât $K_C(t) \geq 0$.

Traiectoria **12** ($I_F = I_{max}$, $D = D_{max}$, $F = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094\cdot K_F(t) + 0.315\cdot K_C(t) - 0.35\cdot Y - 1100$	$\dot{K}_C(t) = 0.087\cdot K_F(t) + 0.546\cdot K_C(t) - 0.35\cdot Y - 1100$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563\cdot K_F(t) + 0.637\cdot K_C(t) - 0.35\cdot Y - 1010$
$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$	$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$
$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$	$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$

Din ultima ecuaţie obţinem, pentru toate trei variantele, evoluţia datoriei firmei:

$$Y(t) = 10 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate, pentru toate trei variantele, evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666,667 - 5109,667 \cdot e^{-0,15 \cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666,667 - 5109,667 \cdot e^{-0,15 \cdot t}) - 3,5 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 1100$

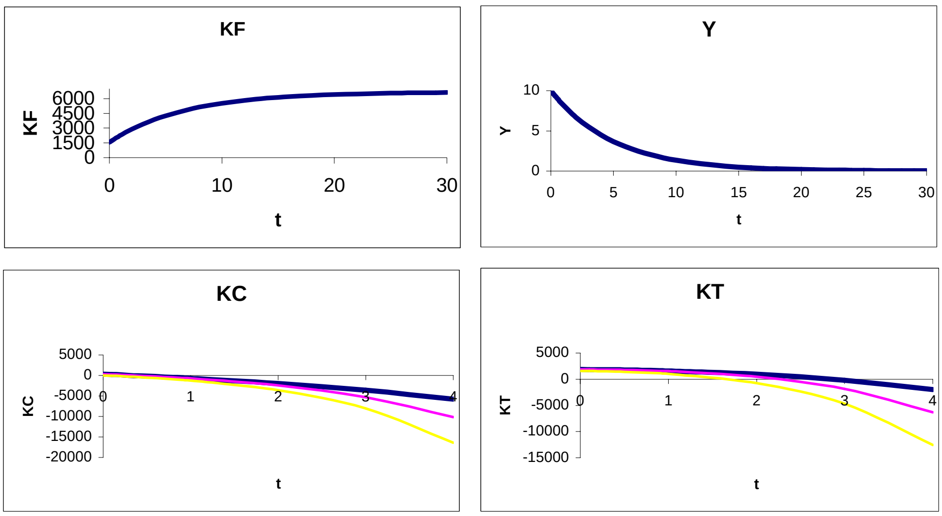
Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 0.546 \cdot K_C(t) + 0.087 \cdot (6666,667 - 5109,667 \cdot e^{-0,15 \cdot t}) - 3,5 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 1100$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 0.637 \cdot K_C(t) + 0.04563 \cdot (6666,67 - 5109,67 \cdot e^{-0,15 \cdot t}) - 3,5 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 1010$

din care se obţine evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $K_C(t) = 1502,6 + 1032,9 \cdot e^{-0,15 \cdot t} + 6,7961 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 2238,4 \cdot e^{0,315 \cdot t}$
Varianta II: $K_C(t) = 952,38 + 638,71 \cdot e^{-0,15 \cdot t} + 4,6917 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 1291,8 \cdot e^{0,546 \cdot t}$
Varianta III: $K_C(t) = 1108 + 296,26 \cdot e^{-0,15 \cdot t} + 4,1816 \cdot e^{-0,2 \cdot t} - 1383,4 \cdot e^{0,637 \cdot t}$

Evoluţiile indicatorilor de stare ai firmei sunt evidenţiate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma plăteşte dividende la maxim, face investiţii la maxim, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi de scădere a datoriei firmei în paralel cu o scădere accelerată a capitalului circulant (mai rapidă decât în cazul traiectoriei 11).

Evident, traiectoria este acceptabilă doar pe intervalul în care toţi indicatorii respectă restricţia de semn, în cazul de faţă doar atât timp cât $K_C(t) \geq 0$.

Traiectoria **13** ($I_F = I_{max}$, $D = 0$, $F = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t)$ =0.094·$K_F(t)$+0.315·$K_C(t)$ – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.087·$K_F(t)$ + 0.546·$K_C(t)$ – 1000	$\dot{K}_C(t)$ =0.04563·$K_F(t)$ + 0.637·$K_C(t)$ – 1000
$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 ·$K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 ·$K_F(t)$	$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15 ·$K_F(t)$
$Y(t) = 0$	$Y(t) = 0$	$Y(t) = 0$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1000$

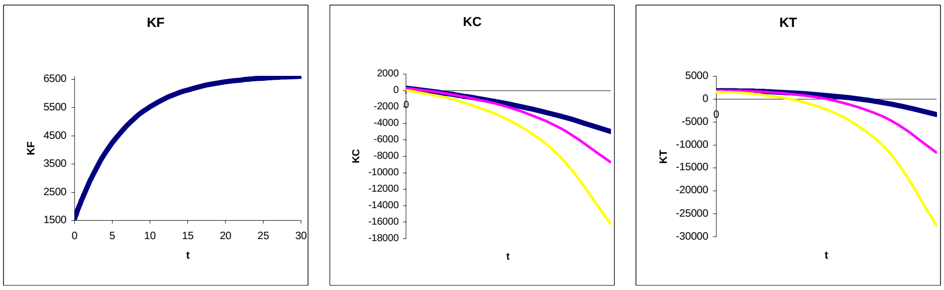
Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1000$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1000$

din care se scoate evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $K_C(t) = 1185{,}2 + 1032{,}9 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1914{,}1 \cdot e^{0{,}315 \cdot t}$
Varianta II: $K_C(t) = 769{,}23 + 638{,}71 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1103{,}9 \cdot e^{0{,}546 \cdot t}$
Varianta III: $K_C(t) = 1092{,}3 + 296{,}26 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1363{,}6 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$

Evoluţia indicatorilor firmei este reprezentată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii la maxim, nu are datorii, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix în paralel cu o descreştere rapidă a volumului capitalului circulant. Ca şi în cazul traiectoriilor precedente situaţia este acceptabilă doar atât timp cât $K_C(t)$ rămâne pozitiv.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq 0$.

Traiectoria **14** ($I_F = I_{max}$, $D = D_{max}$, $F = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

Varianta I	Varianta II	Varianta III
$\dot{K}_C(t) = 0.094 \cdot K_F(t) + 0.315 \cdot K_C(t) - 1100$ $\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.087 \cdot K_F(t) + 0.546 \cdot K_C(t) - 1100$ $\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0.04563 \cdot K_F(t) + 0.637 \cdot K_C(t) - 1010$ $\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$ $Y(t) = 0$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

Varianta I: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1100$

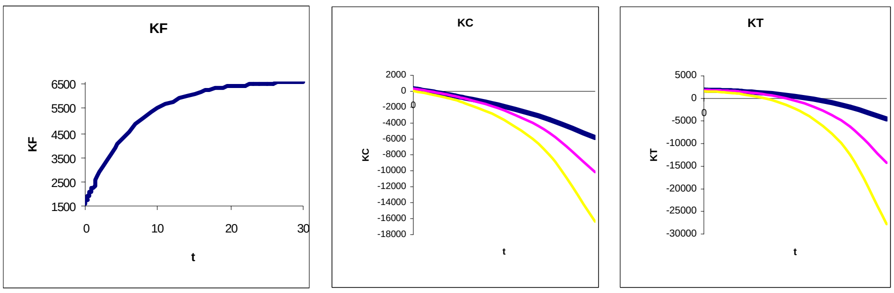
Varianta II: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1100$

Varianta III: $\dot{K}_C(t) = 0.315 \cdot K_C(t) + 0.094 \cdot (6666{,}667 - 5109{,}667 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) - 1010$

din care se scoate evoluţia capitalului circulant:

Varianta I: $K_C(t) = 1502{,}6 + 1032{,}9 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 2231{,}6 \cdot e^{0{,}315 \cdot t}$
Varianta II: $K_C(t) = 952{,}38 + 638.\ 71 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1287{,}1 \cdot e^{0{,}546 \cdot t}$
Varianta III: $K_C(t) = 1108 + 296.\ 26 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 1379{,}3 \cdot e^{0{,}637 \cdot t}$

Evoluţia indicatorilor firmei este reprezentată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii la maxim, nu are datorii, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix în paralel cu o descreştere rapidă a volumului capitalului circulant (mai rapidă decât în cazul traiectoriei 13). Ca şi în cazul traiectoriilor precedente situaţia este acceptabilă doar atât timp cât $K_C(t)$ rămâne pozitiv.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq 0$.

1.2 Traiectoria finală

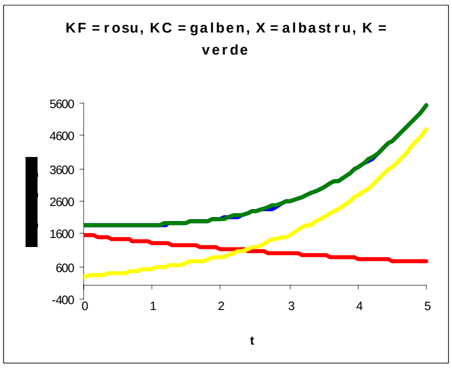
Aşa cum s-a văzut în capitolul 4, pentru cazul concurenţei perfecte modelul dă ca soluţie optimă în cazul firmei TRICOMEL SA CIMPENI traiectoria 7, pe care nu se fac investiţii, nu se fac împrumuturi şi nu se plătesc dividende, caz în care firma ajunge la sfârşitul perioadei cu o valoare actualizată a capitalului propriu de:

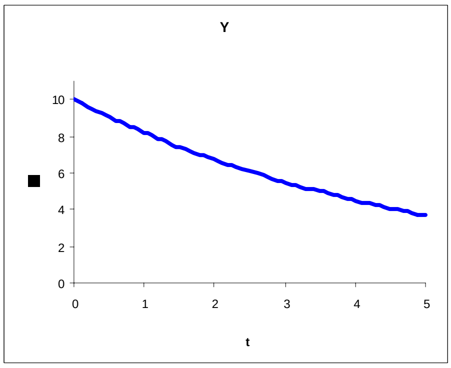
$$X(5) = \frac{K_C(5)+K_F(5)}{(1+0{,}48)^5} = 779{,}52 \text{ milioane lei}$$

şi o valoare a datoriei:

$$Y(5) = 3{,}68 \text{ milioane lei}$$

Evoluţiile indicatorilor firmei pe această traiectorie sunt reprezentate în figura de mai jos:





Totuşi, această soluţie nu este acceptabilă deoarece nu pare plauzibil ca firma să nu plătească dividende timp de 5 ani. Această situaţie arată că este absolut necesar ca în modele dinamice să se fixeze un prag minim strict pozitiv al valorii dividendelor plătite şi/sau o perioadă maximă pe care se acceptă ca valoarea dividendelor să fie minimă.

Aşa cum se va vedea la cazul discret, faptul că firma trebuie totuşi să plătească dividende face ca valoarea reală obţinută să fie mult sub cea optimă conform modelului simplificat de mai sus, în acest caz undeva în jurul valorii de 350 milioane lei.

2. Cazul continuu în condiţii de concurenţă imperfectă

Pentru cazul concurenţei imperfecte, în care firma poate impune un preţ peste valoarea normală a produsului, vom considera că preţul produsului este descrescător în funcţie de volumul producţiei şi că această funcţie scade asimptotic spre valoarea preţului standard când valoarea producţiei tinde la infinit. Vom propune ca funcţie inversă a ofertei o funcţie de tipul:

$$p(Q) = 0{,}01 + \frac{b^2}{Q^{\alpha^2}}$$

Această expresie arată că firma care deţine monopolul reuşeşte să obţină un preţ mai mare decât preţul normal pe piaţă, diferenţă dintre preţul de monopol şi cel normal fiind totuşi cu atât mai mică cu cât volumul producţiei este mai mare.

Parametrii b şi α vor fi calculaţi astfel încât produsul $p(Q)\cdot Q$ să aproximeze cât mai bine valoarea producţiei vândute pentru firma considerată pe perioada analizată.

În urma aplicării regresiei după coeficienţii b şi α s-a obţinut următoarea expresie a funcţiei de producţie:

$$p(Q) = 0{,}01 + \frac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}}$$

Pe baza acestei funcţii am făcut în tabelul de mai jos o comparaţie între valoarea producţiei vândute reale, cea care corespunde variantei de piaţă perfectă şi cea care corespunde unei pieţe pe care firma deţine monopolul:

AN	Capital Fix (mil. lei)	Capital Circulant (mil. lei)	Volum Producţie (buc)	Preţ conc. perf. (mil. lei)	Preţ monopol (mil. lei)	PV real (mil. lei)	PV conc. perf (mil. lei)	PV monopol (mil. lei)
1994	1557	304	59087	0,01	0,010069	581	590,87	594,9253
1995	1199.14	273.7002	52589.76	0,01	0,010092	389.3802	525,8976	530,7576
1996	847.5343	498.3894	91754.31	0,01	0,010022	829.0149	917,5431	919,5895
1997	931.1854	321.0837	60267.54	0,01	0,010065	897.1959	602,6754	606,6079
1998	687.264	381.052	70270.1	0,01	0,010044	680.8146	702,701	705,7987

Parametrii modelului vor fi aceeaşi cu cei de la cazul concurenţei perfecte, dar, din cauza volumului foarte mare de calcule necesare pentru acest caz, va fi analizată doar varianta funcţiei de producţie care aproximează cel mai bine **valorile producţiei** observate pentru această firmă pe perioada analizată.

Parametrii	α	β	f	i	a	b	r	k	γ	p	K_C^0	K_F^0	Y_0	I_{max}	D_{max}	T	N
Valori	3	179	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	0,01	304	1557	10	1000	100	5	100000

Rezolvarea modelului

Pentru cazul $\psi_1(t) = 1$, $\overline{Q}$ se scoate din relaţiile:

$$p(Q) = C \cdot \frac{1}{Q} + \frac{i+1-f}{\beta(1-f)},\ p(Q_0) = p_0 = 0{,}01 + \frac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q_0^{2{,}554}}$$

iar pentru cazul $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$ $\overline{Q}$ se scoate din relaţiile:

$$p(Q) = C \cdot \frac{1}{Q} + \frac{a-1}{\alpha-\beta},\ p(Q_0) = p_0 = 0{,}01 + \frac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q_0^{2{,}554}}$$

În cazul analizat avem $Q_0 = Q_{1994} = 59087 \Rightarrow p_0 = 0{,}010069$ şi situaţia din cele două cazuri de mai sus se reduce la rezolvarea unei ecuaţii diferenţiale:

- Cazul $\psi_1(t) = 1$: $p(Q) = C \cdot \dfrac{1}{Q} + \dfrac{i+1-f}{\beta(1-f)}$, $p(59087) = 0{,}010069$
- Cazul $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$: $p(Q) = C \cdot \dfrac{1}{Q} + \dfrac{a-1}{\alpha-\beta}$, $p(59087) = 0{,}010069$

şi apoi la rezolvarea ecuaţiei algebrice în Q:

- Cazul $\psi_1(t) = 1$: $C \cdot \dfrac{1}{Q} + \dfrac{i+1-f}{\beta(1-f)} = 0{,}01 + \dfrac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}}$
- Cazul $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$: $C \cdot \dfrac{1}{Q} + \dfrac{a-1}{\alpha-\beta} = 0{,}01 + \dfrac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}}$

În cazul $\psi_1(t) = 1$ se obţine $C = 38{,}50119$ iar în cazul $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$ se obţine $C = 309{,}58365$.

Ecuaţia algebrică din care se află $\overline{Q}$ va fi:

Cazul $\psi_1(t) = 1$: $38{,}50119 \cdot \dfrac{1}{Q} + 0{,}009417 = 0{,}01 + \dfrac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}} \Rightarrow \overline{Q} = 16762$

Cazul $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$: $309{,}58365 \cdot \dfrac{1}{Q} + 0{,}00483 = 0{,}01 + \dfrac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}} \Rightarrow \overline{Q} = 3786{,}1$

Făcând o sinteză a rezultatelor obţinute obţinem:

$\psi_1(t) = 1$: $\overline{Q} = 16762$, $p(\overline{Q}) = 0{,}011714$, $p(\overline{Q}) \cdot \overline{Q} = 196{,}35$, $3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 16762$

$\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$: $\overline{Q} = 3786{,}1$, $p(\overline{Q}) = 0{,}086599$, $p(\overline{Q}) \cdot \overline{Q} = 327{,}87$, $3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 3786{,}1$

De asemenea, vom avea în toate cazurile:

$$U(K_F(t),K_C(t)) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}}$$

2.1 Analiza traiectoriilor de bază

Deoarece $a \neq b$ rămân de analizat doar traiectoriile:

Traiectoria **3** ($3\cdot K_F + 179\cdot K_C = 16762$, $F = 0{,}8\cdot I_F$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}7\cdot[196{,}35 - 0{,}15\cdot K_F(t) + \frac{3}{179}\cdot K_F - \frac{16762}{179}] + 0{,}15\cdot K_F(t) - \overline{D}(t)$$

$$\dot{K}_F(t) = -\,0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$0 = \overline{F}(t) = \overline{I_F}(t)$$

Din a doua ecuaţie rezultă evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

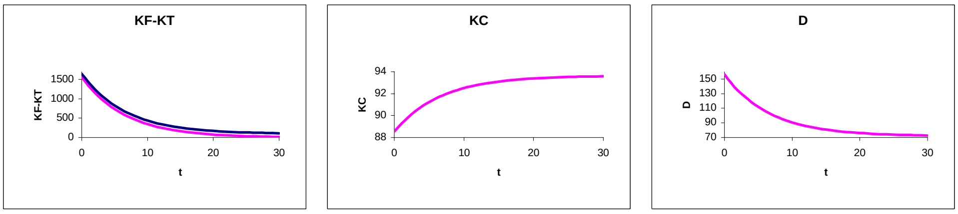
de unde rezultă imediat evoluţia capitalului circulant:

$$K_C(t) = 93{,}64 - 5{,}095\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

şi evoluţia dividendelor plătite din prima ecuaţie:

$$\overline{D}(t) = 84{,}41723\cdot e^{-0{,}15\cdot t} + 71{,}895$$

Evoluţia indicatorilor firmei este redată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma plăteşte dividende, dar din ce în ce mai puţine, are o evoluţie crescătoare asimptotic spre 93,64 a capitalului circulant şi descrescătoare asimptotic spre 0 a capitalului fix, nu face împrumuturi, nu are datorii şi nu face investiţii, păstrând veniturile, preţul de vânzare şi producţia la un nivel constant.

Evident traiectoria este admisibilă atât timp cât verifică şi condiţiile impuse asupra variabilelor.

Traiectoria **4** ($F = 0{,}8\cdot I_F$, $D = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}}$$

$$\dot{K}_F(t) = -a\cdot K_F(t)$$

$$Y(t) = \overline{I_F}(t) = \overline{F}(t) = 0$$

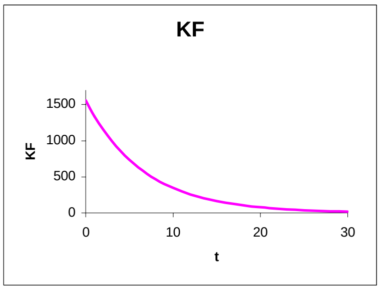
Din a treia ecuaţie rezultă că firma nu are datorii ($Y = 0$), nu se fac investiţii ($I_F(t) = 0$), nu se plătesc dividende (nu se retrag bani din firmă) ($D = 0$) şi are loc o restructurare a activităţii firmei prin scăderea puternică a capitalului fix al firmei:

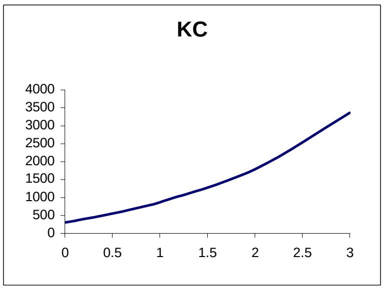
$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0{,}15\cdot t} \to 0$$

Evoluţia capitalului circulant rezultă din prima ecuaţie după înlocuirea în aceasta a lui $K_F(t)$:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(4671\cdot e^{-0{,}15\cdot t}+179K_C(t))^{1{,}554}} + 266{,}247\cdot e^{-0{,}15\cdot t},\ K_C(0) = 304$$

Deoarece ecuaţia de mai sus nu are o soluţie elementară au fost doar o serie de valori ale acesteia şi mai jos a fost reprezentată grafic mulţimea valorilor acesteia:





Din acest grafic rezultă că are loc o creştere accelerată a capitalului circulant pentru a suplini capitalul fix uzat care nu este înlocuit prin investiţii. Efectul este o schimbare a structurii producţiei firmei în paralel cu o descreştere iniţială a capitalului total al firmei pe o perioadă scurtă de timp urmată de o creştere ulterioară accelerată a acestuia.

Traiectoria poate fi traiectorie iniţială doar dacă $Y^0 = 0$.

Traiectoria **5** ($F = 0{,}8\cdot I_F$, $D = 100$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - 100$$

$$\dot{K}_F(t) = -\,a\cdot K_F(t)$$

$$Y(t) = \overline{I_F}(t) = \overline{F}(t) = 0$$

Din a treia ecuaţie rezultă că firma nu are datorii ($Y = 0$), nu se fac investiţii ($I_F(t) = 0$), se plătesc dividende la maxim şi are loc o restructurare a activităţii firmei prin scăderea puternică a capitalului fix al firmei:

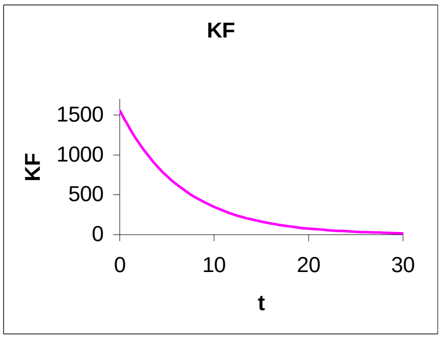
$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0{,}15\cdot t} \to 0$$

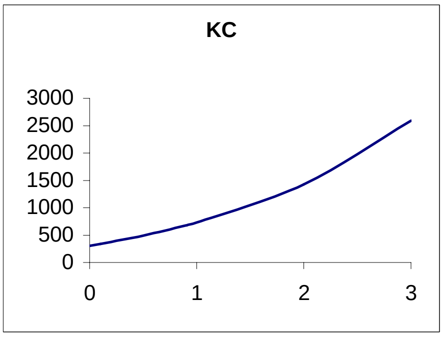
Evoluţia capitalului circulant rezultă din prima ecuaţie după înlocuirea în aceasta a lui $K_F(t)$:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(4671\cdot e^{-0{,}15\cdot t}+179K_C(t))^{1{,}554}} + 266{,}247\cdot e^{-0{,}15\cdot t} - 100,$$

$$K_C(0) = 304$$

Deoarece ecuaţia de mai sus nu are o soluţie elementară au fost doar o serie de valori ale acesteia şi mai jos a fost reprezentată grafic mulţimea valorilor acesteia:





Din acest grafic rezultă că are loc o creştere accelerată a capitalului circulant (dar mai lentă decât în cazul traiectoriei precedente, deoarece se plătesc şi dividende) pentru a suplini capitalul fix uzat care nu este înlocuit prin investiţii. Efectul este o schimbare a structurii producţiei firmei în paralel cu o descreştere iniţială a capitalului total al firmei pe o perioadă scurtă de timp urmată de o creştere ulterioară accelerată a acestuia.

Traiectoria poate fi traiectorie iniţială doar dacă $Y^0 = 0$.

Traiectoria **6** ($3\cdot K_F + 179\cdot K_C = 16762$, $F = 0{,}8\cdot I_F$, $Y = 0{,}5\cdot(K_F + K_C)$)

Sistemul canonic redus devine:

$-0{,}01676\cdot\dot{K}_F(t) = (1-0{,}3)\cdot[196{,}35 - 0{,}15\cdot K_F(t) + 0{,}01676\cdot K_F(t) - 93{,}64246 - 0{,}25\cdot(K_F(t) + K_C(t))] + 0{,}15\cdot K_F(t) - \overline{D}(t) - \overline{I}_F(t)$

$\dot{K}_F(t) = \overline{I}_F(t) - 0{,}15\cdot K_F(t)$

$0{,}49162\cdot\dot{K}_F(t) = 0{,}8\cdot\overline{I}_F(t) - 0{,}098324\cdot K_F(t) - 9{,}364246$

Din ultimele două ecuaţii se elimină termenul $\overline{I}_F(t)$ şi obţinem o ecuaţie liniară cu coeficienţi constanţi în $K_F(t)$:

$$\dot{K}_F(t) = -0{,}0703\cdot K_F(t) + 30{,}366$$

din care se obţine imediat evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 431{,}95 + 1125{,}1\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

Evoluţia capitalului circulant rezultă din relaţia $K_C(t) = 93{,}64246 - 0{,}01676\cdot K_F(t)$:

$$K_C(t) = 86{,}403 - 18{,}85668\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

evoluţia investiţiilor din a doua ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$\overline{I}_F(t) = 64{,}7925 + 89{,}67047\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

evoluţia datoriei din relaţia $Y(t) = 0{,}5\cdot(K_F(t) + K_C(t))$:

$$Y(t) = 259{,}1765 + 553{,}12166\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

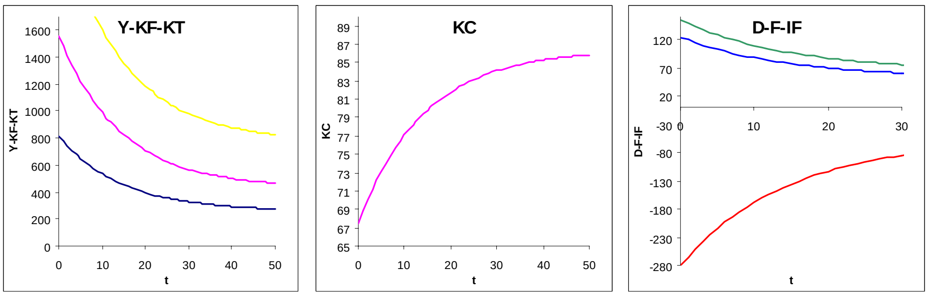
evoluţia împrumuturilor din relaţia $F = 0{,}8\cdot I_F$:

$$F(t) = 51{,}834 + 71{,}736376\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

şi în final evoluţia dividendelor din prima ecuaţie a sistemului canonic redus:

$$\overline{D}(t) = -59{,}10360575 - 220{,}7595028\cdot e^{-0{,}0703\cdot t}$$

Evoluţia indicatorilor firmei este evidenţiată în figura de mai jos:



Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $K_C(0) = 86{,}403 \neq K_C^0 = 304$.

Pe această traiectorie are loc o scădere a volumului capitalului fix, a datoriilor şi a capitalului total compensată în parte de o creştere a capitalului circulant. Are loc o descreştere a investiţiilor în capital fix şi a împrumuturilor firmei în paralel cu o creştere a dividendelor distribuite, tendinţa fiind de stabilizare a tuturor indicatorilor spre valoarea de echilibru.

Obs. În cazul nostru traiectoria nu este admisibilă deoarece $D(t) < 0$ oricare ar fi t, dar analiza rămâne valabilă şi traiectoria posibilă pentru alte valori ale parametrilor modelului.

Traiectoria **7** ($F = \gamma\cdot I_F$, $D = 0$, $Y = k\cdot(K_F + K_C)$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}378K_C(t) - 0{,}004\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - \overline{I_F}(t)$$

$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$0{,}5\cdot(\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0{,}8\cdot\overline{I_F}(t) - 0{,}1\cdot(K_F(t) + K_C(t))$$

În acest caz sistemul s-a redus la trei ecuaţii cu trei necunoscute $\{K_F(t), K_C(t), I_F(t)\}$ din care doar $K_F(t)$ şi $K_C(t)$ apar derivate în ecuaţii. Înlocuind derivatele capitalului fix şi capitalului circulant din primele două ecuaţii în a treia ecuaţie obţinem:

$$0{,}023\cdot K_F(t) + 0{,}289\cdot K_C(t) + 0{,}5\cdot\frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} = 0{,}8\cdot\overline{I_F}(t)$$

din care vom afla valoarea investiţiei făcute de firmă $I_F(t)$ în funcţie de valorile capitalului fix şi circulant:

$$I_F(t) = 0{,}02875\cdot K_F(t) + 0{,}36125\cdot K_C(t) + \frac{0{,}461213\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}}$$

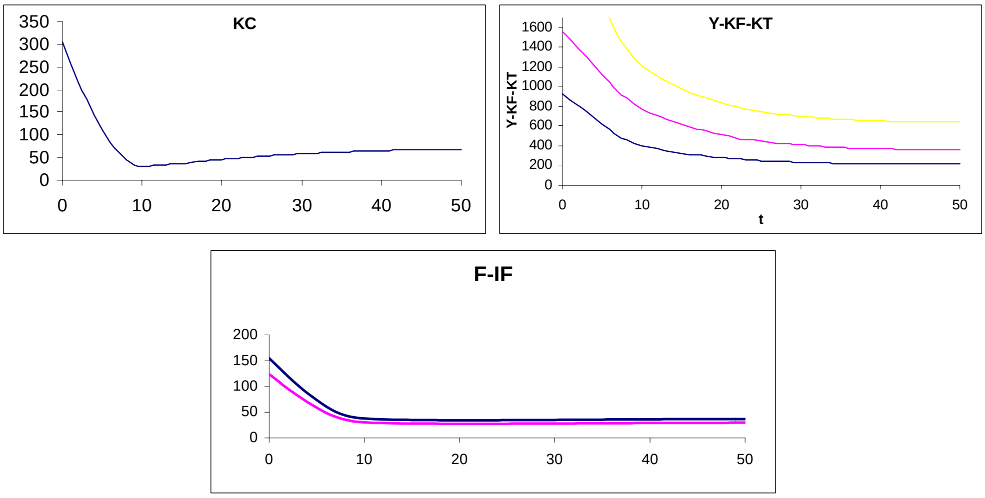
După înlocuirea expresiei investiţiei $I_F(t)$ obţinută mai sus în primele două ecuaţii se obţine un sistem de două ecuaţii în $K_F(t)$ şi $K_C(t)$:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}01675\cdot K_C(t) - 0{,}03275\cdot K_F(t) + \frac{0{,}276727\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}}$$

$$\dot{K}_F(t) = 0{,}36125\cdot K_C(t) - 0{,}12125\cdot K_F(t) + \frac{0{,}461213\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}}$$

şi condiţiile iniţiale $K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$ din care vom scoate evoluţiile capitalului fix $K_F(t)$ şi a celui circulant $K_C(t)$, apoi valoarea investiţiei $I_F(t)$ şi a împrumutului $F(t)$.

Deoarece sistemul de ecuaţii nu are soluţii elementare au fost calculate doar valorile capitalului fix şi circulant pe intervalul analizat, în figura de mai jos fiind reprezentate grafic aceste valori:



Evoluţia capitalului va depinde evident de forma funcţiei preţ $p(K_F(t),K_C(t))$ şi valoarea firmei va fi dată doar de valoarea finală actualizată a capitalului total.

În acest caz firma face împrumuturi la maxim $F = \gamma \cdot I_F$, nivelul capitalului împrumutat este maxim $Y = k\cdot(K_F + K_C)$ şi nu plăteşte dividende.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 \neq k\cdot(K_F^0 + K_C^0)$.

Traiectoria **8** ($F = \gamma\cdot I_F$, $D = D_{max}$, $Y = k\cdot(K_F + K_C)$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}378K_C(t) - 0{,}004\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - \overline{I_F}(t) - 100$$

$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$0{,}5\cdot(\dot{K}_F(t) + \dot{K}_C(t)) = 0{,}8\cdot\overline{I_F}(t) - 0{,}1\cdot(K_F(t) + K_C(t))$$

În acest caz sistemul s-a redus la trei ecuaţii cu trei necunoscute $\{K_F(t), K_C(t), I_F(t)\}$ din care doar $K_F(t)$ şi $K_C(t)$ apar derivate în ecuaţii. Înlocuind derivatele capitalului fix şi capitalului circulant din primele două ecuaţii în a treia ecuaţie obţinem:

$$0{,}023\cdot K_F(t) + 0{,}289\cdot K_C(t) + 0{,}5\cdot\frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - 50 = 0{,}8\cdot\overline{I_F}(t)$$

din care vom afla valoarea investiţiei făcute de firmă $I_F(t)$ în funcţie de valorile capitalului fix şi circulant:

$$I_F(t) = 0{,}02875 \cdot K_F(t) + 0{,}36125 \cdot K_C(t) + \frac{0{,}461213 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} - 62{,}5$$

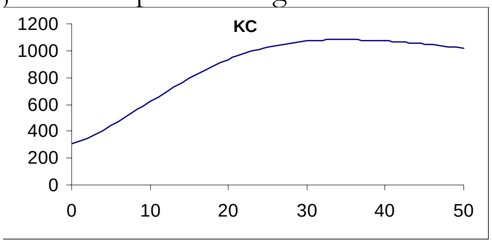
După înlocuirea expresiei investiției $I_F(t)$ obținută mai sus în primele două ecuații se obține un sistem de două ecuații în $K_F(t)$ și $K_C(t)$:

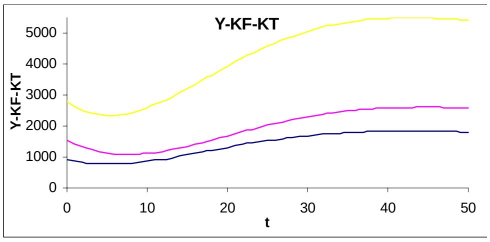
$$\dot{K}_C(t) = 0{,}01675 \cdot K_C(t) - 0{,}03275 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}276727 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} + 62{,}5$$

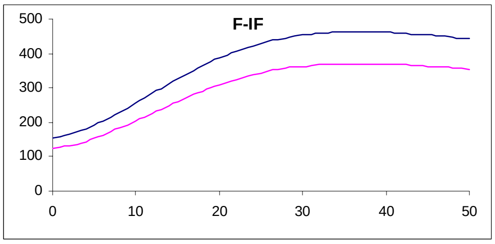
$$\dot{K}_F(t) = 0{,}36125 \cdot K_C(t) - 0{,}12125 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}461213 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} - 62{,}5$$

și condițiile inițiale $K_C(0) = 304$, $K_F(0) = 1557$ din care vom scoate evoluțiile capitalului fix $K_F(t)$ și a celui circulant $K_C(t)$, apoi valoarea investiției $I_F(t)$ și a împrumutului $F(t)$.

Deoarece sistemul de ecuații nu are soluții elementare au fost calculate doar valorile capitalului fix și circulant pe intervalul analizat, în figura de mai jos fiind reprezentate grafic aceste valori:







Evoluția capitalului va depinde evident de forma funcției preț $p(K_F(t),K_C(t))$ și valoarea firmei va fi dată doar de valoarea finală actualizată a capitalului total.

În acest caz firma face împrumuturi la maxim $F = \gamma \cdot I_F$, nivelul capitalului împrumutat este maxim $Y = k \cdot (K_F + K_C)$ și plătește dividende la maxim, condiții în care obține o creștere inițială a capitalului fix și circulant pe seama unei creșteri a investițiilor și împrumuturilor urmată de o scădere a acestora spre o valoare de echilibru.

Traiectoria nu este traiectorie inițială deoarece $Y^0 \neq k \cdot (K_F^0 + K_C^0)$.

Traiectoria **9** ($3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 16762$, $I_F = 1000$, $F = 800$)

Sistemul canonic devine:

$$-0{,}01676\cdot \dot{K}_F(t) = 0{,}056732\cdot K_F(t) - 0{,}35\cdot Y(t) - \overline{D}(t) - 928{,}104722$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = 800 - 0{,}2\cdot Y(t)$$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) se scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7\cdot e^{-0.15\cdot t}$$

Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990\cdot e^{-0.2\cdot t}$$

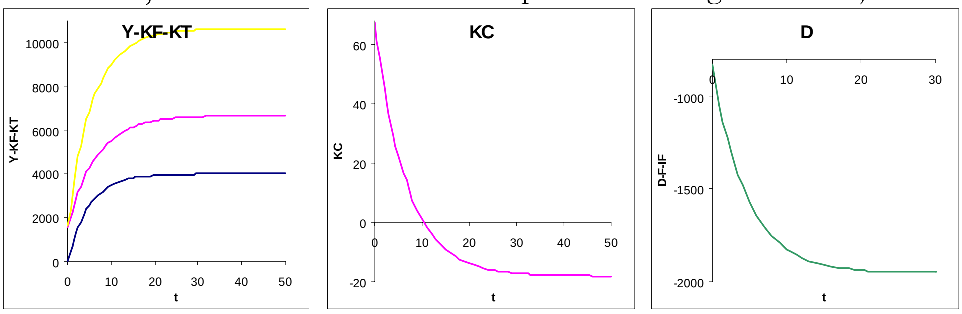
Evoluţia capitalului circulant se obţine din relaţia $3\cdot K_F + 179\cdot K_C = 16762$:

$$K_C(t) = -18{,}0914 + 85{,}638572\cdot e^{-0.15\cdot t}$$

şi înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem evoluţia dividendelor:

$$\overline{D}(t) = -1949{,}889498 - 277{,}0377146\cdot e^{-0.15\cdot t} + 1396{,}5\cdot e^{-0.2\cdot t}$$

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt reprezentate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma face investiţii şi împrumuturi la maxim, are loc o creştere a capitalului fix şi a datoriei în paralel cu o scădere a capitalului circulant şi a valorii dividendelor.

Obs. În cazul de faţă traiectoria nu este admisibilă deoarece funcţia dividend are numai valori negative, dar este posibilă pentru alte valori ale parametrilor modelului.

Traiectoria **10** ($I_F = 1000$, $F = 800$, $D = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - 0{,}35\cdot Y(t) - 1000$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$\dot{Y}(t)$ = 800 – 0,2·$Y(t)$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) se scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$$

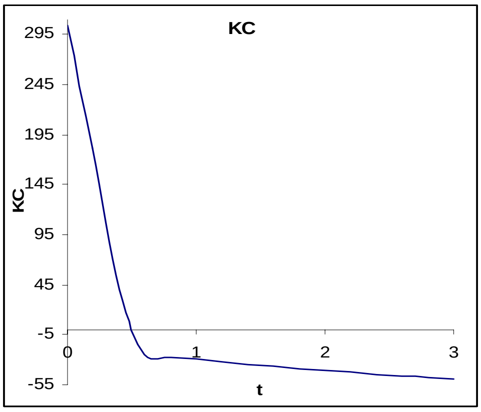
Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

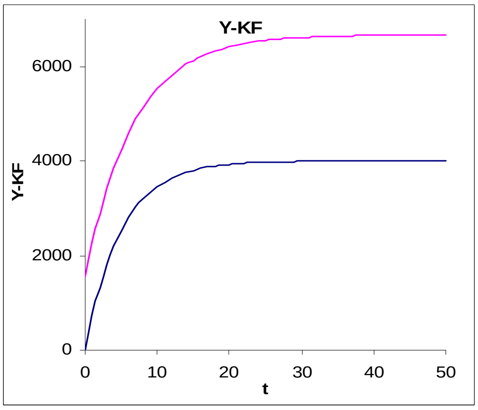
$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0.2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553 K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{[3(6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) + 179 K_C(t)]^{1{,}554}} - 873{,}7587 \cdot e^{-0.15 \cdot t} + 1396{,}5 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 1259{,}9943$$

Deoarece ecuaţia de mai sus nu are soluţie elementară vom reprezenta doar valorile acesteia pe intervalul analizat, evoluţia indicatorilor firmei fiind dată în figura de mai jos:





Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii şi împrumuturi la maxim şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi a datoriei firmei pe fondul unei scăderi rapide a volumului capitalului circulant.

Traiectoria **11** (I_F = 1000, F = 800, D = 100)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553 K_C(t) + 0{,}171 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179 K_C(t))^{1{,}554}} - 0{,}35 \cdot Y(t) - 1100$$

$\dot{K}_F(t)$ = 1000 – 0,15·$K_F(t)$

$\dot{Y}(t)$ = 800 – 0,2·$Y(t)$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) se scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0.15 \cdot t}$$

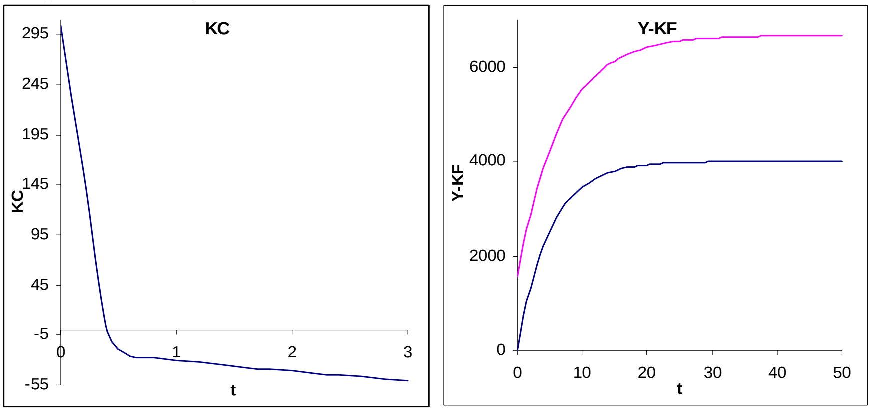
Din a treia ecuaţie (liniară în $Y(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$Y(t) = 4000 - 3990 \cdot e^{-0.2 \cdot t}$$

Înlocuind evoluţiile capitalului fix şi a datoriei în prima ecuaţie obţinem o ecuaţie în capitalul circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553 K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{[3(6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}) + 179 K_C(t)]^{1{,}554}} - 873{,}7587 \cdot e^{-0.15 \cdot t} + 1396{,}5 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 1359{,}9943$$

Deoarece ecuaţia de mai sus nu are soluţie elementară vom reprezenta doar valorile acesteia pe intervalul analizat, evoluţia indicatorilor firmei fiind dată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma plăteşte dividende la maxim, face investiţii şi împrumuturi la maxim şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi a datoriei firmei pe fondul unei scăderi rapide (şi mai rapidă decât în cazul traiectoriei anterioare) a volumului capitalului circulant.

Traiectoria **18** ($3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 3786{,}1$, $D = 0$, I_F oarecare, $F = 0$, $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0{,}01676 \cdot \dot{K}_F(t) = 214{,}7047517 + 0{,}056732 \cdot K_F(t) - 0{,}35 \cdot Y(t) - \overline{I_F}(t)$$

$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$$

Din ultima ecuaţie se obţine evoluţia împrumuturilor făcute de firmă:

$$Y(t) = 10 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$

care se înlocuieşte în prima ecuaţie. De asemenea, din a doua ecuaţie se scoate $\overline{I_F}(t)$ în funcţie de $K_F(t)$ şi se introduce în prima ecuaţie, rezultând o ecuaţie liniară cu coeficientul termenului de gradul unu constant în $K_F(t)$:

$$\dot{K}_F(t) = 218,36 - 0,0577 \cdot K_F(t) - 3,5597 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$

care are soluţia:

$$K_F(t) = 3784,5 + 25,015 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 2252,5 \cdot e^{-0.0577 \cdot t}$$

Din relaţia $3 \cdot K_F(t) + 179 \cdot K_C(t) = 3786,1$ se află imediat evoluţia capitalului circulant:

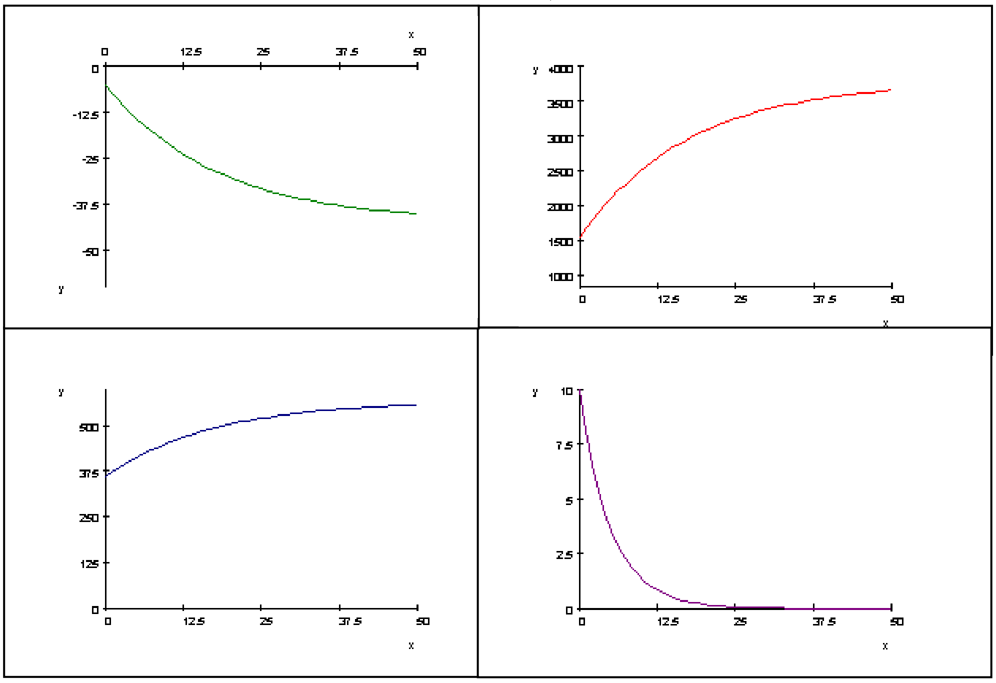
$$K_C(t) = -42,276 - 0,41925 \cdot e^{-0.2 \cdot t} + 37,751 \cdot e^{-0.0577 \cdot t}$$

şi din a doua ecuaţie de dinamică evoluţia investiţiilor firmei:

$$\overline{I_F}(t) = 567,68 - 1,2508 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 207,91 \cdot e^{-0.0577 \cdot t}$$

Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende şi nu face împrumuturi, firma îndreptându-se spre o valoare de echilibru pe fondul păstrării unui volum constant al producţiei.

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt reprezentate în figura de mai jos (KF – roşu, KC – verde, I_F – albastru, Y – violet):



Se observă că valoarea capitalului este negativă pe tot intervalul analizat, deci soluţia nu este aplicabilă în situaţia concretă existentă.

Traiectoria **19** ($3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 3786{,}1$, $D = 100$, I_F oarecare, $F = 0$, $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0{,}01676 \cdot \dot{K}_F(t) = 114{,}7047517 + 0{,}056732 \cdot K_F(t) - 0{,}35 \cdot Y(t) - \overline{I_F}(t)$$
$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$
$$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$$

Din ultima ecuaţie se obţine evoluţia împrumuturilor făcute de firmă:

$$Y(t) = 10 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

care se înlocuieşte în prima ecuaţie. De asemenea, din a doua ecuaţie se scoate $\overline{I_F}(t)$ în funcţie de $K_F(t)$ şi se introduce în prima ecuaţie, rezultând o ecuaţie liniară cu coeficientul termenului de gradul unu constant în $K_F(t)$:

$$\dot{K}_F(t) = 116{,}6599728 - 0{,}094857817 \cdot K_F(t) - 3{,}5596599 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

care are soluţia:

$$K_F(t) = 1229{,}8 + 33{,}856 \cdot e^{-0.2 \cdot t} + 293{,}3 \cdot e^{-0.094858 \cdot t}$$

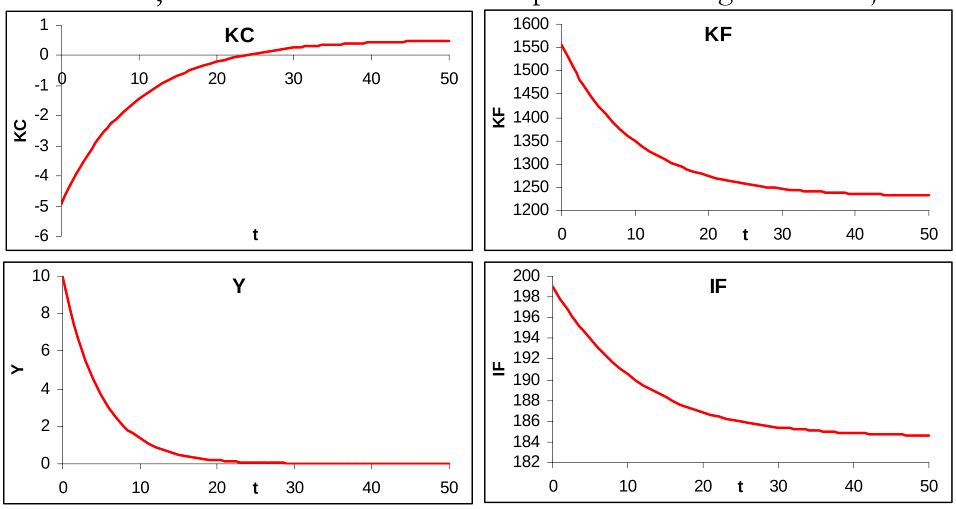
Din relaţia $3 \cdot K_F(t) + 179 \cdot K_C(t) = 3786{,}1$ se află imediat evoluţia capitalului circulant:

$$K_C(t) = 0{,}540222895 - 0{,}56741901 \cdot e^{-0.2 \cdot t} - 4{,}915642594 \cdot e^{-0.094858 \cdot t}$$

şi din a doua ecuaţie de dinamică evoluţia investiţiilor firmei:

$$\overline{I_F}(t) = 184{,}47 - 1{,}6928 \cdot e^{-0.2 \cdot t} + 16{,}1731486 \cdot e^{-0.094858 \cdot t}$$

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt reprezentate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu face împrumuturi noi, plăteşte dividende maxime şi îşi plăteşte datoriile pe fondul unei scăderi a volumului investiţiilor în active fixe şi a capitalului fix spre o valoare de echilibru în paralel cu creşterea capitalului circulant spre valoarea de echilibru.

Traiectoria **20** ($\alpha\cdot K_F + \beta\cdot K_C = \overline{Q}$, $D = 0$, I_F oarecare, $F = 0$, $Y = 0$, $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0{,}01676\cdot \dot{K}_F(t) = 214{,}7047517 + 0{,}056732\cdot K_F(t) - \overline{I_F}(t)$$
$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15\cdot K_F(t)$$
$$Y(t) = 0$$

Din a doua ecuaţie se scoate $\overline{I_F}(t)$ în funcţie de $K_F(t)$ şi se introduce în prima ecuaţie, rezultând o ecuaţie liniară cu coeficienţi constanţi:

$$\dot{K}_F(t) = 218{,}3645414 - 0{,}094857817\cdot K_F(t)$$

care are soluţia:

$$K_F(t) = 2302 - 745{,}02\cdot e^{-0{,}094858\cdot t}$$

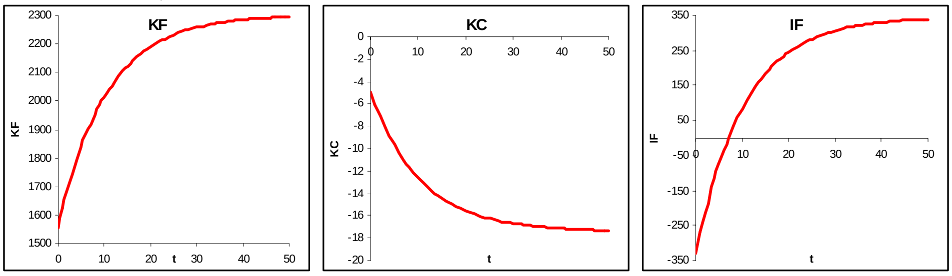
Din relaţia $3\cdot K_F(t) + 179\cdot K_C(t) = 3786{,}1 \Leftrightarrow K_C(t) = 21{,}1514 - 0{,}01676\cdot K_F(t)$ se află imediat evoluţia capitalului circulant:

$$K_C(t) = -17{,}43012 + 12{,}4865352\cdot e^{-0{,}094858\cdot t}$$

şi din a doua ecuaţie de dinamică evoluţia investiţiilor firmei:

$$\overline{I_F}(t) = 345{,}3 - 674{,}3488928\cdot e^{-0{,}094858\cdot t})$$

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt reprezentate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu face împrumuturi noi, nu are datorii, nu plăteşte dividende şi menţine producţia, preţul produselor şi vânzările la un nivel constant.

Obs. Pentru cazul nostru traiectoria nu este admisibilă deoarece valorile funcţiei corespunzătoare capitalului circulant are numai valori negative pe perioada analizată.

Traiectoria **21** ($\alpha \cdot K_F + \beta \cdot K_C = \overline{Q}$, $D = D_{max}$, I_F oarecare, $F = 0$, $Y = 0$, $\psi_1(t) = \psi_2(t) \neq 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0{,}01676 \cdot \dot{K}_F(t) = 114{,}7047517 + 0{,}056732 \cdot K_F(t) - \overline{I_F}(t)$$
$$\dot{K}_F(t) = \overline{I_F}(t) - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$
$$Y(t) = 0$$

Din a doua ecuaţie se scoate $\overline{I_F}(t)$ în funcţie de $K_F(t)$ şi se introduce în prima ecuaţie, rezultând o ecuaţie liniară cu coeficienţi constanţi:

$$\dot{K}_F(t) = 118{,}3645414 - 0{,}094857817 \cdot K_F(t)$$

care are soluţia:

$$K_F(t) = 1247{,}8 + 309{,}19 \cdot e^{-0{,}094858 \cdot t}$$

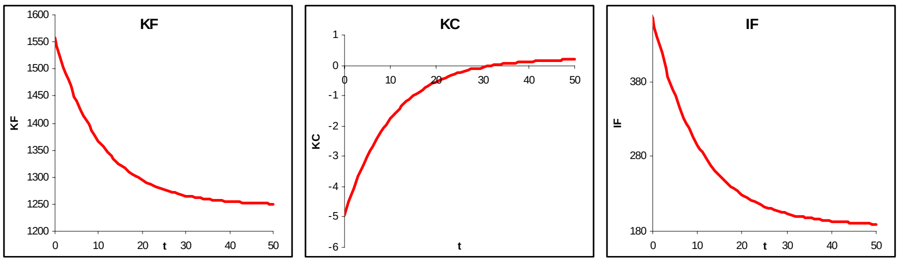
Din relaţia $3 \cdot K_F(t) + 179 \cdot K_C(t) = 3786{,}1 \Leftrightarrow K_C(t) = 21{,}1514 - 0{,}01676 \cdot K_F(t)$ se află imediat evoluţia capitalului circulant:

$$K_C(t) = 0{,}238272 - 5{,}1820244 \cdot e^{-0{,}094858 \cdot t}$$

şi din a doua ecuaţie de dinamică evoluţia investiţiilor firmei:

$$\overline{I_F}(t) = 187{,}17 + 279{,}860855 \cdot e^{-0{,}094858 \cdot t})$$

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt reprezentate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu face împrumuturi noi, nu are datorii şi plăteşte dividende maxime, menţinând producţia, preţul produselor şi vânzările la un nivel constant, pe fondul unei creşteri a capitalului circulant şi a unei descreşteri a capitalului fix şi a investiţiilor în capitalul fix spre valoarea de echilibru.

Obs. Traiectoria este admisibilă doar pe intervalele pe care capitalul circulant ia valori pozitive.

Traiectoria **24** ($\alpha \cdot K_F + \beta \cdot K_C = \overline{Q}$, $F = I_F = 0$, D oarecare, $\psi_1(t) = 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0{,}01676\cdot\dot{K}_F(t) = 71{,}89527933 + 0{,}056732\cdot K_F(t) - 0{,}35\cdot Y(t) - \overline{D}(t)$$
$$\dot{K}_F(t) = -\,0{,}15\cdot K_F(t)$$
$$\dot{Y}(t) = -\,0{,}2\cdot Y(t)$$

Din ultimele două ecuaţii se obţine evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

şi datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0{,}2\cdot t}$$

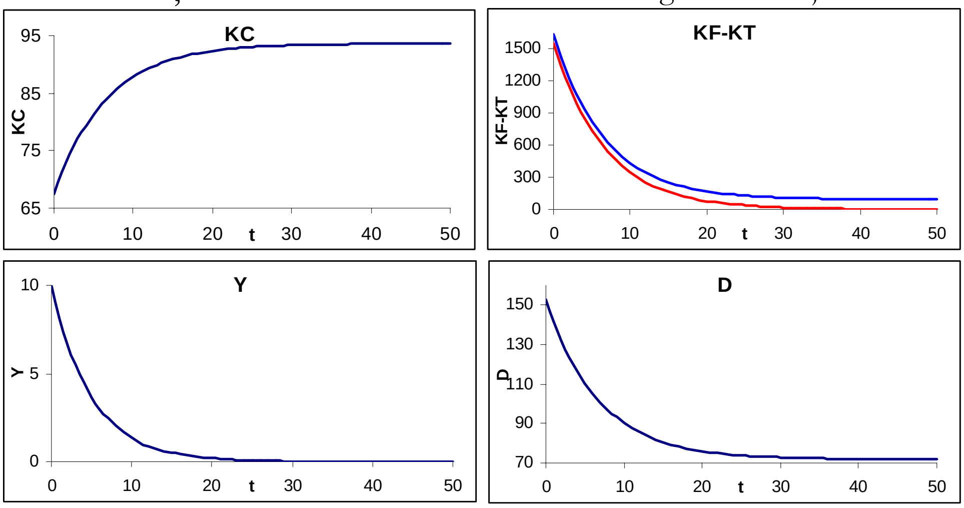
apoi evoluţia capitalului circulant:

$$K_C(t) = 93{,}6424581 - 26{,}09497279\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

care se înlocuiesc în prima ecuaţie din care se află evoluţia dividendelor plătite:

$$\overline{D}(t) = 71{,}89527933 + 84{,}417426\cdot e^{-0{,}15\cdot t} - 3{,}5\cdot e^{-0{,}2\cdot t}$$

Evoluţiile indicatorilor firmei sunt redate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu face nici împrumuturi nici investiţii, plăteşte ratele la credite, plăteşte dividende dar cu o evoluţie descrescătoare a acestora spre valoarea de echilibru, are o evoluţie descrescătoare a capitalului fix şi a capitalului total şi crescătoare a celui circulant pe fondul menţinerii unui nivel constant al producţiei, preţului şi vânzărilor.

Traiectoria **25** ($F = I_F = D = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1,554}} - 0{,}35\cdot Y(t)$$

$$\dot{K}_F(t) = -0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$$

Din ultimele două ecuaţii se obţine evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

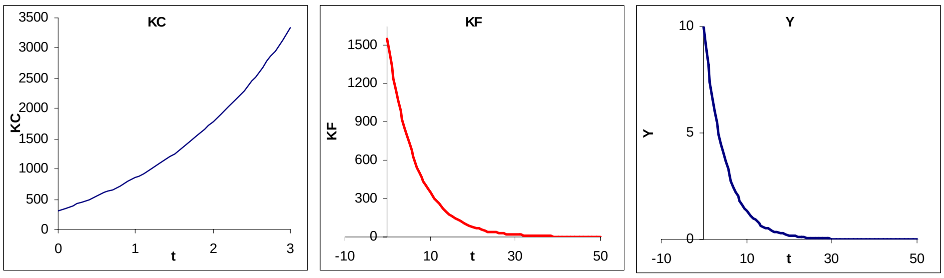
şi datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

iar după înlocuirea acestora în prima ecuaţie ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(4671\cdot e^{-0,15\cdot t}+179K_C(t))^{1,554}} + 266{,}247\cdot e^{-0,15\cdot t} - 3{,}5\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

Ecuaţia nu are soluţie elementară astfel că au fost calculate doar o serie de valori ale acesteia care, împreună cu valorile corespunzătoare celorlalţi indicatori sunt reprezentate în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu face investiţii, nu face împrumuturi, nu plăteşte dividende, are loc o scădere a capitalului fix în paralel cu eliminarea rapidă a datoriilor şi o evoluţie accelerat crescătoare a capitalului circulant.

Traiectoria **26** ($F = I_F = 0$, $D = D_{max}$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1,554}} - 0{,}35\cdot Y(t) - 100$$

$$\dot{K}_F(t) = -0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$$

Din ultimele două ecuaţii se obţine evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

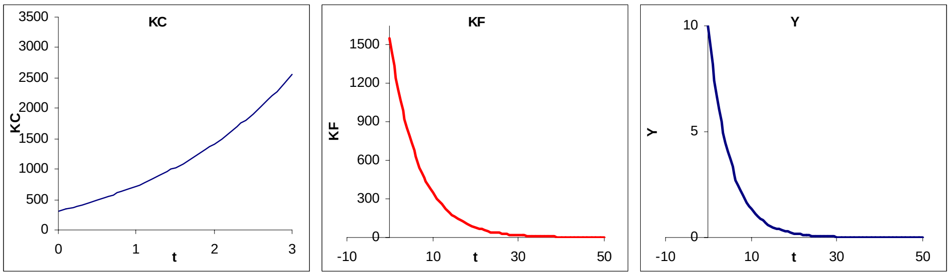
şi datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

iar după înlocuirea acestora în prima ecuaţie ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0,553K_C(t) + \frac{0,73794\cdot 10^8}{(4671\cdot e^{-0,15\cdot t} + 179K_C(t))^{1,554}} + 266,247\cdot e^{-0,15\cdot t} - 3,5\cdot e^{-0,2\cdot t} - 100$$

Ecuaţia nu are soluţie elementară astfel că au fost calculate doar o serie de valori ale acesteia care, împreună cu valorile corespunzătoare celorlalţi indicatori sunt reprezentate în figura de mai jos:



Traiectoria **27** ($3\cdot K_F + 179\cdot K_C = 16762$, $F = \gamma\cdot I_F = 0$, D oarecare, $Y = 0$, $\psi_1(t) = 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-0,01676\cdot\dot{K}_F(t) = 71,89527933 + 0,056732\cdot K_F(t) - \overline{D}(t)$$
$$\dot{K}_F(t) = -a\cdot K_F(t)$$
$$Y(t) = F(t) = I_F(t) = 0$$

Din a doua ecuaţie aflăm evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

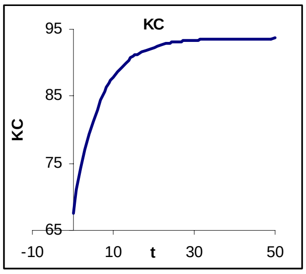
şi din relaţia $3\cdot K_F + 179\cdot K_C = 16762$ pe cea a capitalului circulant:

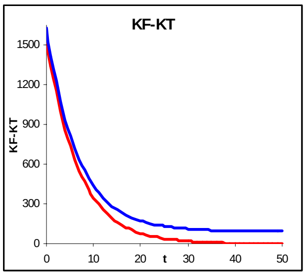
$$K_C(t) = 93,6424581 - 26,09532\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

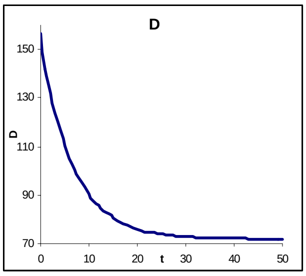
care se înlocuiesc în prima ecuaţie din care se scoate evoluţia dividendelor:

$$\overline{D}(t) = 71,89527933 + 84,417426\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

Evoluţia indicatorilor firmei este redată în figura de mai jos:







Pe această traiectoria firma nu are datorii, nu face investiţii, plăteşte dividende, are loc o uzură a capitalului fix suplinită de o creştere a capitalului circulant utilizat, pe fondul unei menţineri constante a producţiei, preţului de vânzare şi a volumului vânzărilor şi o scădere a volumului dividendelor plătite.

Traiectoria **28** ($F = I_F = 0$, $D = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}}$$

$$\dot{K}_F(t) = -\,0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$0 = 0$$

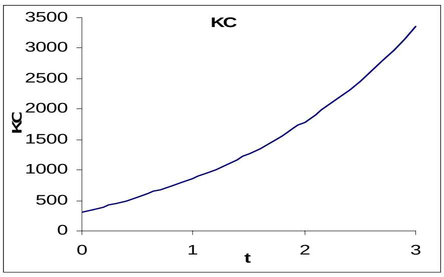
Din acesta rezultă imediat evoluţia capitalului fix:

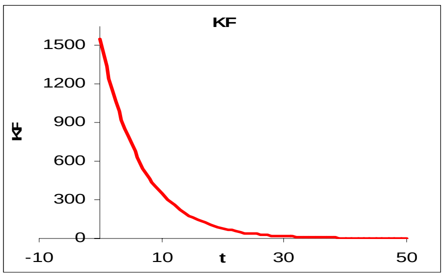
$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

şi apoi, după înlocuirea acestei soluţii în prima ecuaţie, o ecuaţie în $K_C(t)$:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(4671 \cdot K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} + 264{,}69 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Deoarece ecuaţia nu are soluţii elementare au fost calculate doar valorile funcţiei pe intervalul analizat, acestea fiind reprezentate grafic în figura de mai jos:





Pe această traiectorie firma nu are datorii, nu face împrumuturi, nu face investiţii, nu plăteşte dividende şi are loc o scădere a capitalului fix compensată. de o evoluţie rapid crescătoare a capitalului circulant.

Traiectoria **29** ($F = \gamma \cdot I_F = 0$, $D = D_{max}$, $Y = 0$)

Sistemul canonic redus devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} - 100$$

$$\dot{K}_F(t) = -\,0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$0 = 0$$

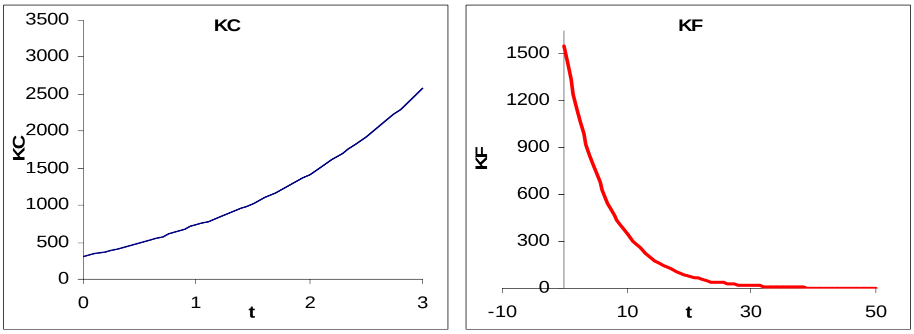
Din acesta rezultă imediat evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 1557 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

şi apoi, după înlocuirea acestei soluţii în prima ecuaţie, o ecuaţie în $K_C(t)$:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(4671 \cdot K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} + 264{,}69 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 100$$

Deoarece ecuaţia nu are soluţii elementare au fost calculate doar valorile funcţiei pe intervalul analizat, acestea fiind reprezentate grafic în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu are datorii, nu face împrumuturi, nu face investiţii, plăteşte dividende la maxim şi are loc o scădere a capitalului fix compensată de o evoluţie rapid crescătoare (dar mai lentă decât în traiectoria anterioară) a capitalului circulant.

Traiectoria **33** ($3 \cdot K_F + 179 \cdot K_C = 16762$, $I_F = 1000$, $F = 0$, $\psi_1(t) = 1$)

Sistemul canonic redus devine:

$$-\,0{,}01676 \cdot \dot{K}_F(t) = -928{,}1047207 + 0{,}056732 \cdot K_F(t) - 0{,}35 \cdot Y(t) - \overline{D}(t)$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -\,0{,}2 \cdot Y(t)$$

Din ultima ecuaţie se află evoluţia datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

Din a doua ecuație (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluția capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666,7 - 5109,7\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

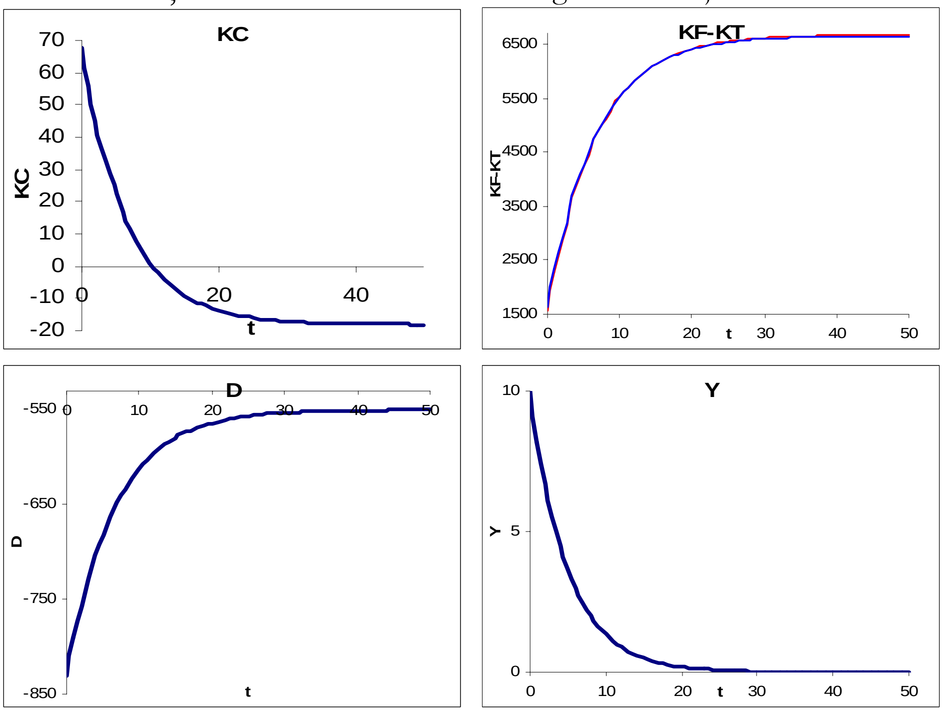
Prin înlocuirea acestora în prima ecuație se obține evoluția dividendelor:

$$\overline{D}(t) = -549,8894963 - 277,0377146\cdot e^{-0,15\cdot t} - 3,5\cdot e^{-0,2\cdot t}$$

iar din relația $\alpha\cdot K_F + \beta\cdot K_C$ se obține evoluția capitalului circulant:

$$K_C(t) = -18,0914339 + 85,638572\cdot e^{-0,15\cdot t}$$

Evoluția indicatorilor este redată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma face investiții la maxim, nu mai face împrumuturi, plătește dividende și rate la credite menținând un nivel constant al producției și prețului de vânzare pe fondul unui raport invers al evoluției capital circulant – capital fix.

Obs. În cazul nostru traiectoria nu este admisibilă deoarece valoarea funcției dividend este negativă pentru orice $t \geq 0$.

Traiectoria **34** ($I_F = I_{max}$, $D = 0$, $F = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1{,}554}} - 0{,}35 \cdot Y(t) - 1000$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -0{,}2 \cdot Y(t)$$

Din ultima ecuaţie se află evoluţia datoriei firmei:

$$Y(t) = 10 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

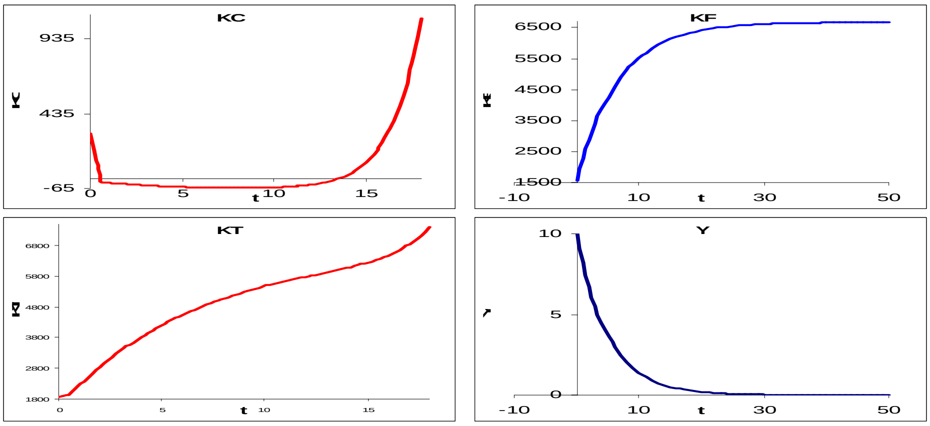
Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(20000 - 15329{,}1 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 179K_C(t))^{1{,}554}} + 140{,}0057 - 873{,}7587 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} - 3{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$$

din care se află evoluţia capitalului circulant. Deoarece ecuaţia nu are o soluţie elementară am calculat doar o serie de valori ale funcţiei pentru perioada analizată care a fost reprezentată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii la maxim, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi de scădere a datoriei firmei.

Traiectoria **35** ($I_F = I_{max}$, $D = D_{max}$, $F = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - 0{,}35\cdot Y(t) - 1100$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$\dot{Y}(t) = -0{,}2\cdot Y(t)$$

Din ultima ecuaţie se află evoluţia datoriei firmei:

$$Y(t) = 10\cdot e^{-0{,}2\cdot t}$$

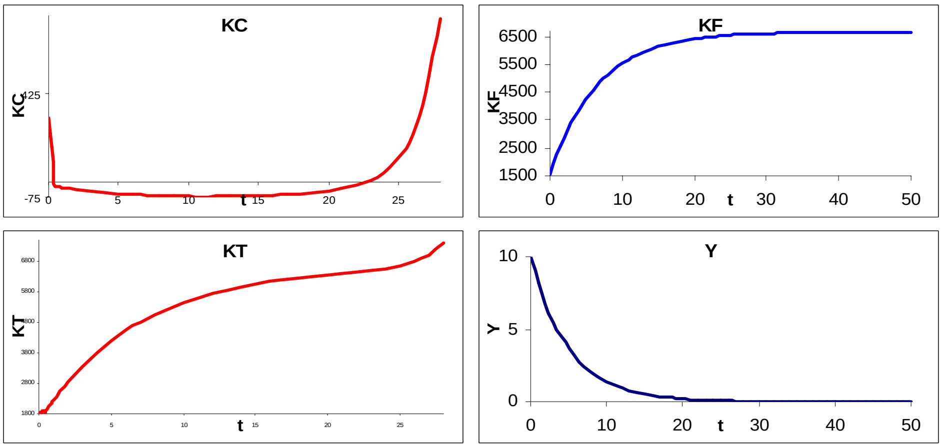
Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

Cele două soluţii găsite se înlocuiesc în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(20000-15329{,}1\cdot e^{-0{,}15\cdot t}+179K_C(t))^{1{,}554}} + 40{,}0057 - 873{,}7587\cdot e^{-0{,}15\cdot t} - 3{,}5\cdot e^{-0{,}2\cdot t}$$

din care se află evoluţia capitalului circulant. Deoarece ecuaţia nu are o soluţie elementară am calculat doar o serie de valori ale funcţiei pentru perioada analizată care a fost reprezentată în figura de mai jos:



Pe această traiectorie firma, plăteşte dividende la maxim, face investiţii la maxim, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix şi de scădere a datoriei firmei. Evident, traiectoria este acceptabilă doar pe intervalele în care valoarea funcţiei capital circulant este pozitivă.

Traiectoria **37** ($I_F = I_{max}$, $D = 0$, $F = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171 \cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179K_C(t))^{1,554}} - 1000$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15 \cdot K_F(t)$$

$$Y(t) = 0$$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

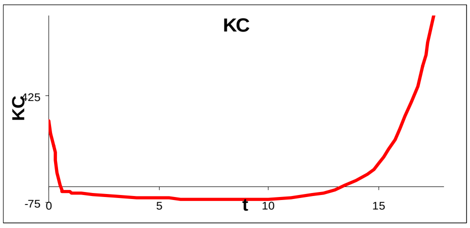
$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

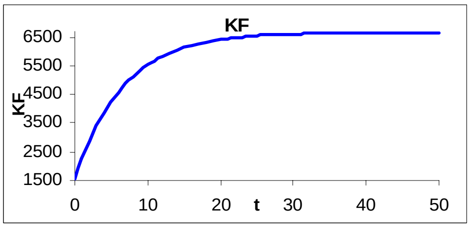
Soluţia găsită se înlocuieşte în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

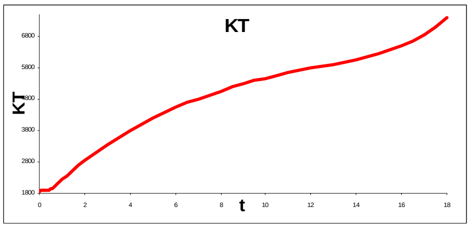
$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794 \cdot 10^8}{(20000 - 15329{,}1 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t} + 179K_C(t))^{1,554}} + 140 - 873{,}7587 \cdot e^{-0{,}15 \cdot t}$$

din care obţinem evoluţia capitalului circulant.

Deoarece ecuaţia nu are soluţie elementară se calculează doar o serie de valori ale acesteia pe intervalul analizat. În figura de mai jos au fost reprezentate evoluţiile indicatorilor firmei:







Pe această traiectorie firma nu plăteşte dividende (nu retrage bani), face investiţii la maxim, nu are datorii, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix. Evident, traiectoria este admisibilă doar pe intervalele unde funcţia capital circulant este pozitivă. Traiectoria poate fi traiectorie iniţială doar dacă $Y^0 = 0$.

Traiectoria **38** ($I_F = 1000$, $D = 100$, $F = 0$, $Y = 0$)

Sistemul canonic devine:

$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + 0{,}171\cdot K_F(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(3K_F(t)+179K_C(t))^{1{,}554}} - 1100$$

$$\dot{K}_F(t) = 1000 - 0{,}15\cdot K_F(t)$$

$$Y(t) = 0$$

Din a doua ecuaţie (liniară în $K_F(t)$) vom scoate evoluţia capitalului fix:

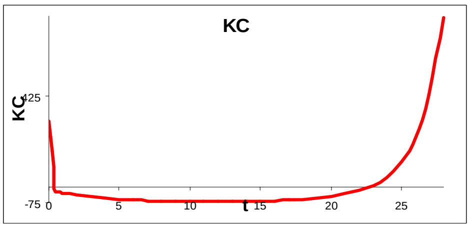
$$K_F(t) = 6666{,}7 - 5109{,}7\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

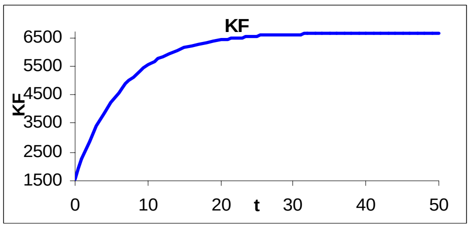
Soluţia găsită se înlocuieşte în prima ecuaţie şi obţinem ecuaţia de dinamică a capitalului circulant:

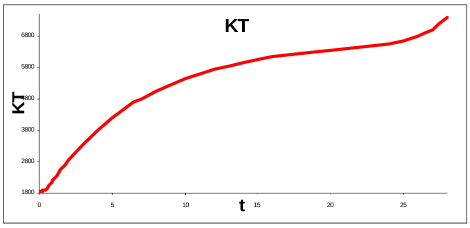
$$\dot{K}_C(t) = 0{,}553K_C(t) + \frac{0{,}73794\cdot 10^8}{(20000 - 15329{,}1\cdot e^{-0{,}15\cdot t} + 179K_C(t))^{1{,}554}} + 40 - 873{,}7587\cdot e^{-0{,}15\cdot t}$$

din care obţinem evoluţia capitalului circulant.

Deoarece ecuaţia nu are soluţie elementară se calculează doar o serie de valori ale acesteia pe intervalul analizat. În figura de mai jos au fost reprezentate evoluţiile indicatorilor firmei:







Pe această traiectorie firma plăteşte dividende la maxim, face investiţii la maxim, nu are datorii, nu face împrumuturi şi are o evoluţie de stabilizare a valorii capitalului fix.

Traiectoria nu este traiectorie iniţială deoarece $Y^0 = 10 \neq 0$.

2.2 Traiectoria finală

Deoarece în acest caz $a \neq b$, din cele 11 ecuaţii rămase în discuţie în capitolul 4 rămân ca posibile doar cele 10 traiectorii de mai jos: 3, 4, 6, 7, 18, 20, 24, 25, 27 şi 28.

Dintre aceste traiectorii trebuie eliminate traiectoriile pe care cel puţin unul din indicatori are valoarea strict negativă pe întregul interval de timp $0 \le t \le 5$, astfel încât rămân ca posibile doar 7 traiectorii: 3, 4, 7, 24, 25, 27 şi 28.

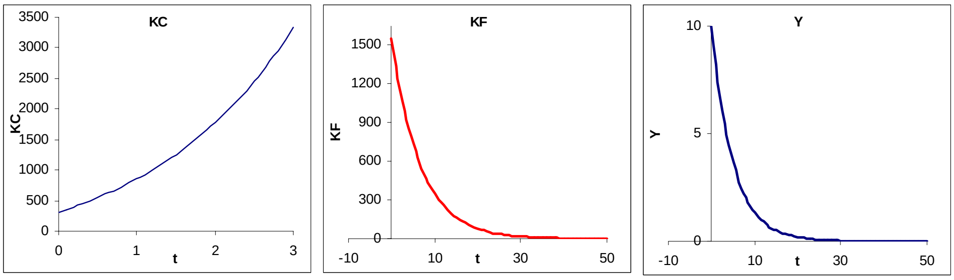
	Comenzi	*Variabile de stare*
3	$F(t) = I_F(t) = 0$ $D(t) = 84,42 \cdot e^{0,15 \cdot t} + 71,9$	$K_C(t) = 93,64 - 5,095 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 0$
4	$F(t) = I_F(t) = 0$ $D(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0,553 K_C(t) + \dfrac{0,73794 \cdot 10^8}{(4671 \cdot e^{-0,15 \cdot t} + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $+ 266,247 \cdot e^{0,15 \cdot t}$, $K_C(0) = 304$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 0$
7	$I_F(t) = 0,02875 \cdot K_F(t) + 0,36125 \cdot K_C(t) + \dfrac{0,461213 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $F(t) = \gamma \cdot I_F(t)$, $D(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0,01675 \cdot K_C(t) - 0,03275 \cdot K_F(t) + \dfrac{0,276727 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $\dot{K}_F(t) = 0,36125 \cdot K_C(t) - 0,12125 \cdot K_F(t) + \dfrac{0,461213 \cdot 10^8}{(3K_F(t) + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $Y(t) = k \cdot (K_F + K_C)$
24	$F(t) = I_F(t) = 0$ $D(t) = 71,89 + 84,42 \cdot e^{0,15 \cdot t} - 3,5 \cdot e^{0,2 \cdot t}$	$K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $K_C(t) = 93,6424581 - 26,09497279 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 10 \cdot e^{0,2 \cdot t}$
25	$F(t) = 0$ $I_F(t) = 0$ $D(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0,553 K_C(t) + \dfrac{0,73794 \cdot 10^8}{(4671 \cdot e^{-0,15 \cdot t} + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $+ 266,247 \cdot e^{0,15 \cdot t} - 3,5 \cdot e^{0,2 \cdot t}$, $K_C(0) = 304$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 10 \cdot e^{0,2 \cdot t}$
27	$F(t) = I_F(t) = 0$, $D(t) = 71,895 + 84,417 \cdot e^{0,15 \cdot t}$	$K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $K_C(t) = 93,6424581 - 26,09532 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 0$
28	$F(t) = 0$ $I_F(t) = 0$ $D(t) = 0$	$\dot{K}_C(t) = 0,553 K_C(t) + \dfrac{0,73794 \cdot 10^8}{(4671 \cdot K_F(t) + 179 K_C(t))^{1,554}}$ $+ 264,69 \cdot e^{0,15 \cdot t}$, $K_C(0) = 304$ $K_F(t) = 1557 \cdot e^{0,15 \cdot t}$ $Y(t) = 0$

Dintre aceste traiectorii poate fi traiectorie iniţială doar traiectoria 25. Dacă firma porneşte pe această traiectorie ea nu mai poate ajunge pe nici una din traiectoriile 3, 4, 27 şi 28 deoarece pe acestea valoarea datoriei este nulă iar pe traiectoria 25 valoarea datoriei este strict pozitivă şi nici pe traiectoria 24 deoarece pe aceasta valoarea capitalului circulant este strict mai mică decât pe traiectoria 25.

De asemenea, trecerea pe traiectoria 7 se face doar dacă valorile capitalului fix şi circulant devin foarte mici, situaţie care nu este îndeplinită în cazul de faţă.

În concluzie, în condiţiile existente în anul 1994 firma va evalua doar pe traiectoria 25 caz în care firma nu face investiţii, nu face împrumuturi, nu plăteşte dividende, situaţie în care are loc o scădere spre zero a capitalului fix şi a datoriei firmei, în paralel cu o evoluţie accelerat crescătoare a capitalului circulant.

Evoluţia firmei este reprezentată în figura de mai jos:



În urma acestei evoluţii firma va ajunge la o valoare finală actualizată de:

$$\frac{X(5)}{(1+0.48)^5} = \frac{K_C(5)+K_F(5)}{(1+0.48)^5} = 1597.\,9 \text{ mil. lei}$$

Se observă că, deşi firma nu a plătit dividende firma a ajuns la o valoare aproximativ egală cu cea iniţială, fapt ce este în concordanţă cu situaţia reală din perioada 1994-1995 în care firmele au dus o politică de supravieţuire, pe fondul unui impozit pe profit ridicat şi a unei rate a inflaţiei foarte mare.

De asemenea, neefectuarea de împrumuturi şi investiţii sunt credibile în condiţiile inflaţiei foarte mari precum şi tendinţa de reducere a capitalului fix supradimensionat, moştenit din perioada comunistă, în paralel cu o restructurare a producţiei în favoarea unei ponderi din ce în ce mai mari a capitalului circulant.

Ca şi în cazul concurenţei perfecte analizat anterior, situaţia unei neplăţi pe timp îndelungat a dividendelor este greu de susţinut, valoarea reală a firmei la sfârşitul perioadei fiind mult mai mică, datorităţii de a respecta această politică optimă, în cazul discret care va fi analizat în continuare observându-se că, în condiţiile în care au fost totuşi plătite dividende s-au obţinut rezultate mult mai slabe, în jurul unei valori de 360 milioane lei.

3) Cazul discret în condiţii de concurenţă perfectă

3.1 Rezolvarea modelului

Parametrii modelului vor fi aceeaşi cu cei de la cazul continuu, dar, din cauza volumului foarte mare de calcule necesare pentru acest caz, va fi analizată doar varianta funcţiei de producţie care aproximează cel mai bine **valorile producţiei** observate pentru această firmă pe perioada analizată.

Parametrii	α	β	f	i	a	b	r	k	γ	p	K_C^0	K_F^0	Y_0	I_{max}	D_{max}	T
Valori	3	179	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	0,01	304	1557	10	1000	100	5

Modelul matematic este în acest caz:

$$\max_{I_F, F, D} \sum_{t=1}^{5} \frac{D^t}{(1{,}48)^t} + \frac{K_F^5 + K_C^5}{(1{,}48)^5}$$

$$K_C^t = 1{,}553 \cdot K_C^{t-1} + 0{,}066 \cdot K_F^{t-1} - 0{,}35 \cdot Y^{t-1} - I_F^t - D^t$$
$$K_F^t = I_F^t + 0{,}85 \cdot K_F^{t-1}$$
$$Y^t = F^t + 0{,}8 \cdot Y^{t-1}$$

$$0 \le F^t \le 0{,}8 \cdot I_F^t \le 800$$
$$0 \le Y^t \le 0{,}5 \cdot (K_F^t + K_C^t)$$
$$0 \le D^t \le 100$$

Sistemul ecuaţiilor de stare este sistem de ecuaţii cu diferenţe finite de trei ecuaţii şi trei necunoscute cu coeficienţi constanţi, comenzile fiind I_F^t, F^t şi D^t. Notând cu X^t vectorul format cu cele trei variabile de stare K_C^t, K_F^t şi Y^t şi cu U^t vectorul variabilelor de comanda I_F^t, F^t şi D^t putem scrie sistemul de ecuaţii de stare sub forma matricială:

$$\begin{pmatrix} K_C^t \\ K_F^t \\ Y^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}553 & 0{,}066 & -0{,}35 \\ 0 & 0{,}85 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_C^{t-1} \\ K_F^{t-1} \\ Y^{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I^t \\ F^t \\ D^t \end{pmatrix}$$

sau:

$$X^t = A \cdot X^{t-1} + B \cdot U^t$$

unde A şi B sunt matricele sistemului:

$$A = \begin{pmatrix} 1,553 & 0,066 & -0,35 \\ 0 & 0,85 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Deoarece det(A) = 1,05604 $\neq$ 0 şi det(B) = -1 $\neq$ 0 sistemul este controlabil şi observabil, urmând să găsim acele comenzi care duc la maximizarea valorii firmei pe intervalul de timp analizat.

Pentru rezolvarea problemei a fost folosită tehnica simulării, scop în care am scris un program in mediul MATLAB care este expus în anexa IV.

Pentru testarea modelului am scris de asemenea programul corespunzător modelului Van Hilten, pentru care s–a utilizat acelaşi set de date în estimarea parametrului q care dă funcţia de producţie, acesta fiind estimat prin regresie ca fiind:

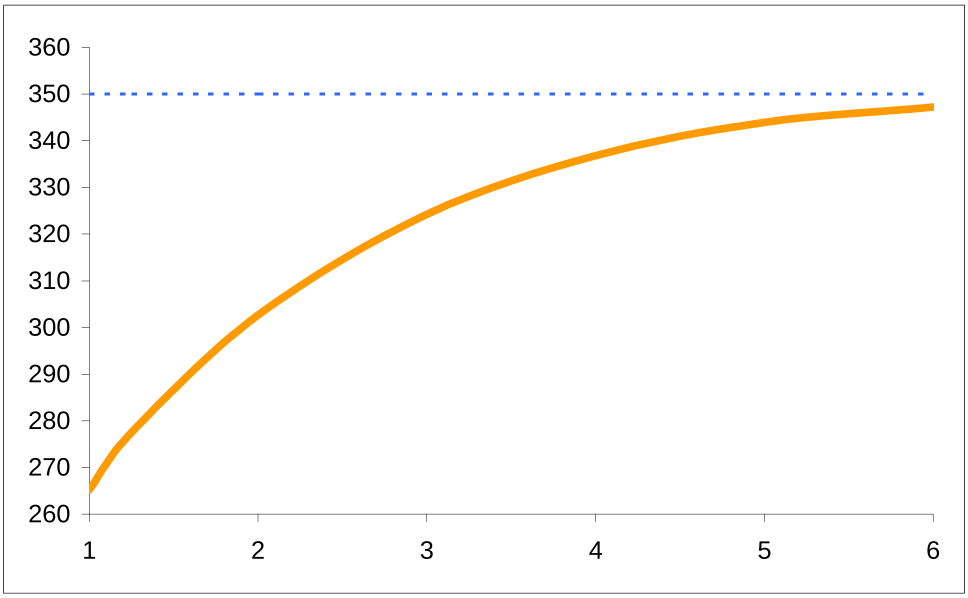
$$q = 45,51$$

şi modelul Ludwig în care am ales ca funcţie de producţie aceeaşi funcţie de la modelul van Hilten şi o cotă a profitului net reţinut pentru dezvoltare de 0.95. Cele două modele au fost alese din considerentul că au, ca şi modelul propus, un orizont de timp finit.

Pentru o aproximare cât mai bună a evoluţiei optime a indicatorilor firmei au fost efectuate câte 1000 de simulări a 10 variante, 100 de simulări a 100 variante şi câte 10 simulări a unui număr de 1.000, 10.000. 100.000 şi 1.000.000 de variante, pentru fiecare număr calculându–se media celor mai bune soluţii găsite, acestea fiind trecute în tabelul de mai jos, pentru a putea fi evidenţiată tendinţa de îmbunătăţire a soluţiei pe măsura creşterii numărului de simulări şi pentru a putea sesiza faptul că cea mai bună soluţie găsită este într–adevăr foarte aproape de soluţia cea mai bună variantă găsită. Datele rezultate au fost trecute în tabelul de mai jos. De asemenea, în acest tabel au fost trecute şi duratele medii necesare pentru fiecare simulare pe un calculator pentium IV cu frecvenţa procesorului de 1500MHz:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	265.25	0.185
100×100	302.64	1.84
10×1000	321.18	18.35
10×10000	336.79	182.91
10×100000	343.91	1829.33
10×1000000	347.22	18582

Evoluția mediei celor mai bune valori în funcție de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, aceasta putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 350.

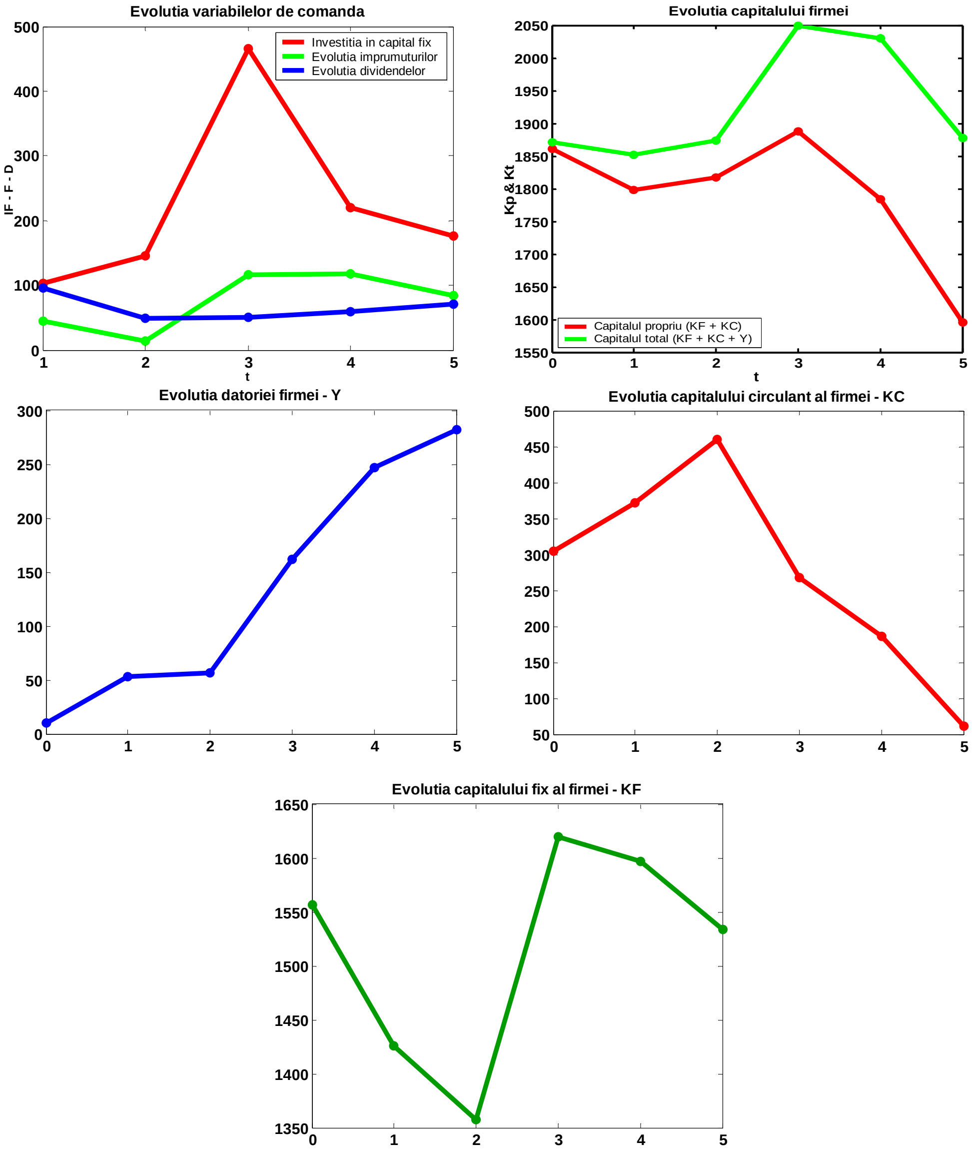
Cea mai bună soluție găsită prin simulare a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 18582 secunde, evoluțiile variabilelor de stare, variabilelor de comande și variabilelor rezultative fiind date în tabelele de mai jos:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
K_C	304	372.4	459.4	267.8	186.7	61.8
K_F	1557	1426.3	1357.7	1619.5	1596.7	1533.6
Y	10	53.3	56.7	162.2	246.8	282.2

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
I_F	102.82	145.36	465.42	220.10	176.45
F	45.25	14.12	116.77	117.09	84.76
D	96.19	48.99	50.01	59.1	70.79

Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 349.7558 milioane lei, valoare care este foarte aproape de valoarea de 350 prognozată mai sus ca fiind foarte aproape de cea mai bună valoare posibilă astfel încât putem considera că traiectoria corespunzătoare acestei valori este foarte probabil cea care trebuie urmată de firmă pentru a-şi maximiza profiturile.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:



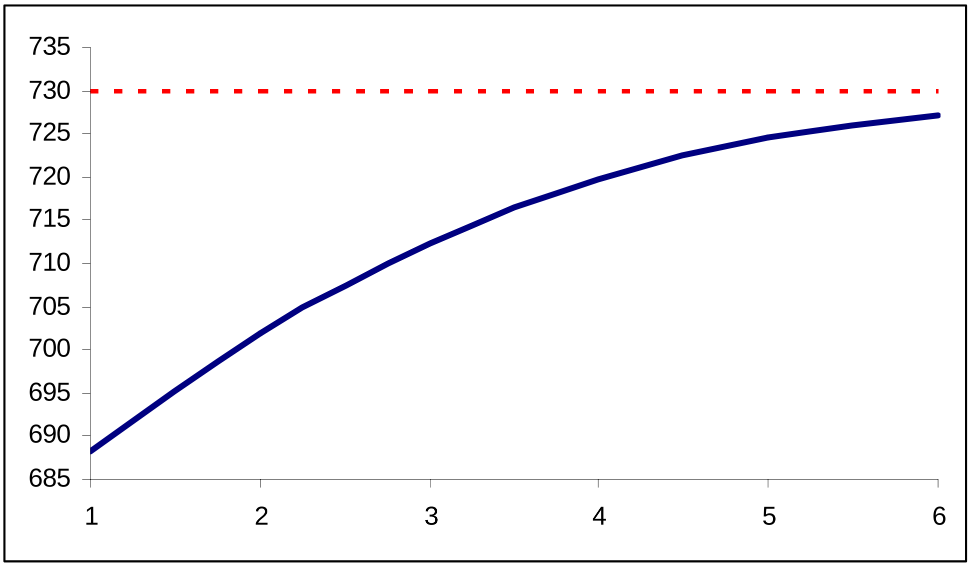
3.2 Comparații cu celelalte modele

Au fost efectuate simulări pentru modelul van Hilten şi pentru modelul Ludwig deoarece pe acestea, ca şi modelul prezentat, optimizarea se face pe un orizont de timp finit.

Rezultatul simulării în cazul van Hilten a fost:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	688.17	0.2312
100×100	702	1.5781
10×1000	712.25	15.6532
10×10000	719.75	156.1844
10×100000	724.69	1576.6641
10×1000000	727.19	15732.543

Evoluția mediei celor mai bune valori în funcție de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, aceasta putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 730.

Cea mai bună soluţie prin simulare găsită în cazul modelului *van Hilten* a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 15729 secunde, evoluţiile variabilelor de stare, variabilelor de comandă şi variabilelor rezultative fiind date în tabelele de mai jos:

	0	1	2	3	4	5
K	1871	2364.40	2769.56	3190.46	3679.79	4124.04
X	1861	2161.56	2510.74	2942.67	3491.14	4115.96

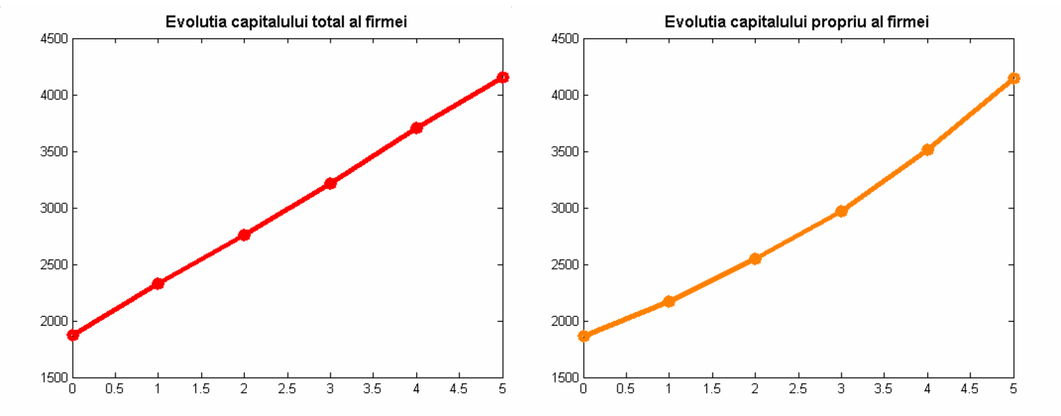
	1	2	3	4	5
I	774.05	759.81	836.34	967.9	996.22
D	95.53	84.79	69	46.19	95.04

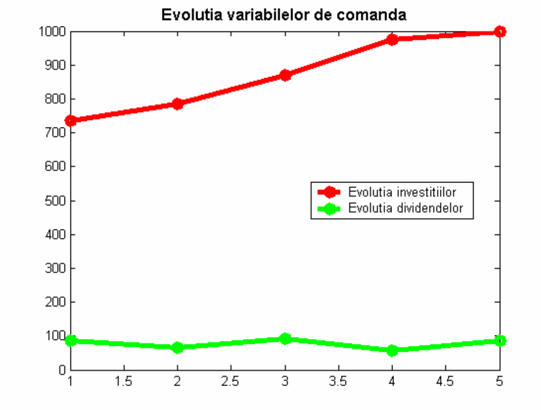
	0	1	2	3	4	5
Y	10	202.84	258.82	247.79	188.65	8.08

Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 728.3 milioane lei, foarte apropiată de maximul sesizat mai sus, valoare care este mult mai mare decât valoarea de 349 obţinută prin modelul propus.

Acest fapt este datorat în primul rând faptului că în modelul van Hilten există mai puţine restricţii decât în modelul propus, capitalul firmei contribuind în aceeaşi măsură la activitatea firmei, indiferent de sursa din care provine. Rezultatul acestei aproximări coroborat cu toate celelalte ipoteze simplificatoare privind parametrii modelului pot duce la un rezultat foarte îndepărtat de situaţia reală.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:

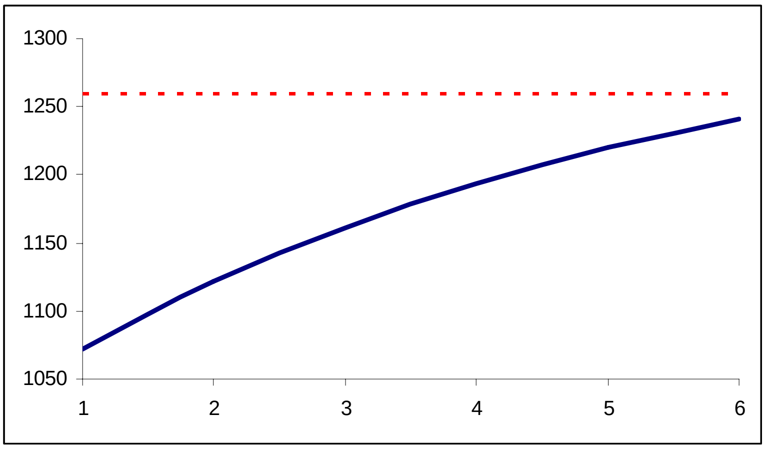




Rezultatul simulării în cazul *Ludwig* a fost:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	1071.74	0.147
100×100	1121.33	1.0844
10×1000	1150.60	10.7578
10×10000	1175.15	107.5172
10×100000	1206.87	1074.9359
10×1000000	1240.61	10720.134

Evoluția mediei celor mai bune valori în funcție de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute.

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, aceasta putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 1260.

În cazul modelului *Ludwig* cea mai bună soluţie găsită prin simulare a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 10722 secunde, evoluţiile variabilelor de stare, variabilelor de comandă şi variabilelor rezultative fiind date în tabelele de mai jos:

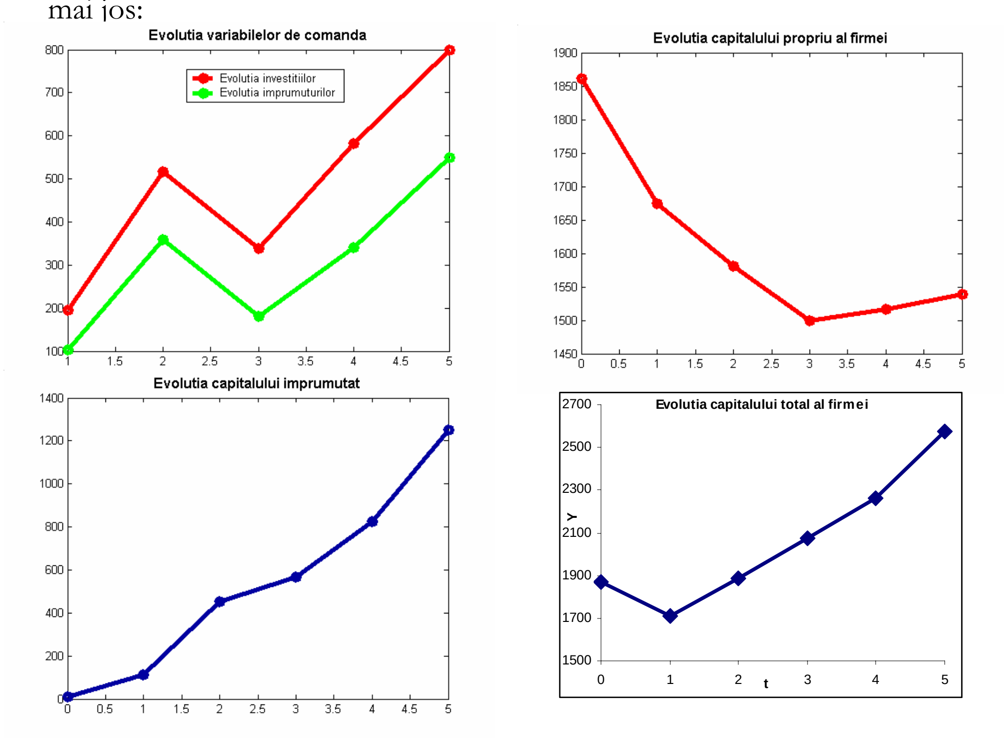
	0	1	2	3	4	5
X	1861	1661.31	1522.25	1466	1427.6	1357.6
Y	10	49.82	366.54	610.91	832.19	1218.19

	1	2	3	4	5
I	120.78	434.33	471.43	494.42	654.97
F	41.32	324.19	299.35	312.92	510.83

	0	1	2	3	4	5
K	1871	1711.13	1888.79	2076.91	2259.79	2575.79

Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 1242.61 milioane lei, foarte apropiată de maximul sesizat mai sus, valoare care este mult mai mare decât valoarea de 349 obţinută prin modelul propus sau cea de 728.3 din modelul van Hill.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:



Concluzii

Din graficele de mai sus pot fi trase următoarele concluzii:

a) Cu cât modelul este mai simplu, în ceea ce priveşte numărul de parametrii luaţi în considerare şi numărul de restricţii impuse asupra variabilelor luate în considerare cu atât optimul pare să fie mai puţin credibil, în cazul nostru obţinându-se valori mult prea mari ale profitului pentru un interval în care firmele au acţionat într-un mediu economic puternic advers;

b) Evoluţiile indicatorilor luaţi în considerare este în general ascendent, chiar accelerat ascendent spre finalul perioadei, în toate modelele anterioare, cu excepţia modelului propus de autor, unde evoluţia este oscilantă şi mult mai lentă, fapt care este mult mai apropiat de situaţia reală, aşa cum se va vedea în finalul capitolului;

c) valorile indicatorilor nu sunt atât de diferiţi în cazul concurenţei perfecte faţă de cazul concurenţei imperfecte la modelul discret pe cât sunt la cazul continuu

d) evoluţia în cazul discret este mult mai apropiată de situaţia reală decât cea din cazul continuu (vezi evoluţia reală a indicatorilor din finalul acestui capitol).

4) Cazul discret în condiţii de concurenţă imperfectă

4.1 Rezolvarea modelului

Parametrii modelului vor fi aceeaşi cu cei de la cazul continuu, dar, ca şi cazul concurenţei perfecte, din cauza volumului foarte mare de calcule necesare pentru acest caz, va fi analizată de asemenea doar varianta funcţiei de producţie care aproximează cel mai bine **valorile producţiei** observate pentru această firmă pe perioada analizată.

Parametrii	α	β	f	i	a	b	r	k	γ	K_C^0	K_F^0	Y_0	I_{max}	D_{max}	T
Valori	3	179	0,3	0,48	0,15	0,2	0,5	0,5	0,8	304	1557	10	1000	100	5

Ca funcţie a preţului a fost aleasă aceeaşi funcţie de la cazul continuu:

$$p(Q) = 0{,}01 + \frac{1{,}0542 \cdot 10^8}{Q^{2{,}554}}$$

Cum $Q(K_F^t, K_C^t) = 3 \cdot K_F^t + 179 \cdot K_C^t$ vom avea:

$$p(Q) = p(K_F^t, K_C^t) = 0{,}01 + \frac{1{,}0542 \cdot 10^8}{(3K_F^t + 179K_C^t)^{2{,}554}}$$

Modelul matematic este în acest caz:

$$\max_{I_F, F, D} \sum_{t=1}^{5} \frac{D^t}{(1{,}48)^t} + \frac{K_F^5 + K_C^5}{(1{,}48)^5}$$

$$K_C^t = 0.066 \cdot K_F^{t-1} + 1{,}553 \cdot K_C^{t-1} + \frac{0{,}703824 \cdot 10^8}{(3K_F^t + 179K_C^t)^{1{,}554}} - 0.35 \cdot Y^{t-1} - I_F^t - D^t$$

$$K_F^t = I_F^t + 0{,}85 \cdot K_F^{t-1}$$

$$Y^t = F^t + 0{,}8 \cdot Y^{t-1}$$

$$0 \le F^t \le 0{,}8 \cdot I_F^t \le 800$$

$$0 \le Y^t \le 0{,}5 \cdot (K_F^t + K_C^t)$$

$$0 \le D^t \le 100$$

Sistemul ecuaţiilor de stare este sistem de ecuaţii cu diferenţe finite de trei ecuaţii şi trei necunoscute neliniar, comenzile fiind I_F^t, F^t şi D^t.

Pentru rezolvarea problemei a fost folosită tehnica simulării, scop în care am scris un program in mediul MATLAB care este expus în anexa IV.

Ca şi în cazul concurenţei perfecte, pentru testarea modelului am scris şi programele corespunzătoare modelului Van Hilten, pentru care s–a utilizat acelaşi set de date în estimarea parametrului q care dă funcţia de producţie, acesta fiind estimat prin regresie ca fiind:

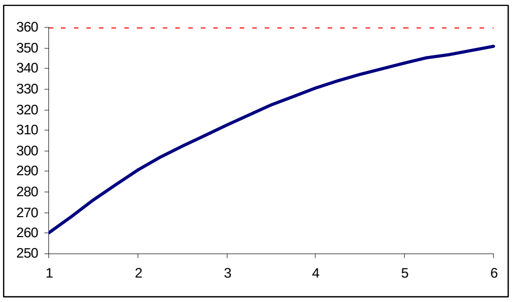
$$q = 45{,}51$$

şi modelului Ludwig, în care am ales ca funcţie de producţie aceeaşi funcţie de la modelul van Hilten şi o cotă a profitului net reţinut pentru dezvoltare de 0.95.

Pentru o aproximare cât mai bună a evoluţiei optime a indicatorilor firmei au fost efectuate câte 1000 de simulări a 10 variante, 100 de simulări a 100 variante şi câte 10 simulări a unui număr de 1.000, 10.000. 100.000 şi 1.000.000 de variante, pentru fiecare număr calculându–se media celor mai bune soluţii găsite, acestea fiind trecute în tabelul de mai jos, pentru a putea fi evidenţiată tendinţa de îmbunătăţire a soluţiei pe măsura creşterii numărului de simulări şi pentru a putea sesiza faptul că cea mai bună soluţie găsită este într–adevăr foarte aproape de soluţia cea mai bună variantă găsită. Datele rezultate au fost trecute în tabelul de mai jos. De asemenea, în acest tabel au fost trecute şi duratele medii necesare pentru fiecare simulare pe un calculator pentium IV cu frecvenţa procesorului de 1500MHz:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	260.25	0.185
100×100	290.64	1.84
10×1000	312.61	18.83
10×10000	330.43	187.64
10×100000	342.80	1876.16
10×1000000	350.60	18682

Evoluţia mediei celor mai bune valori în funcţie de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, această putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 360.

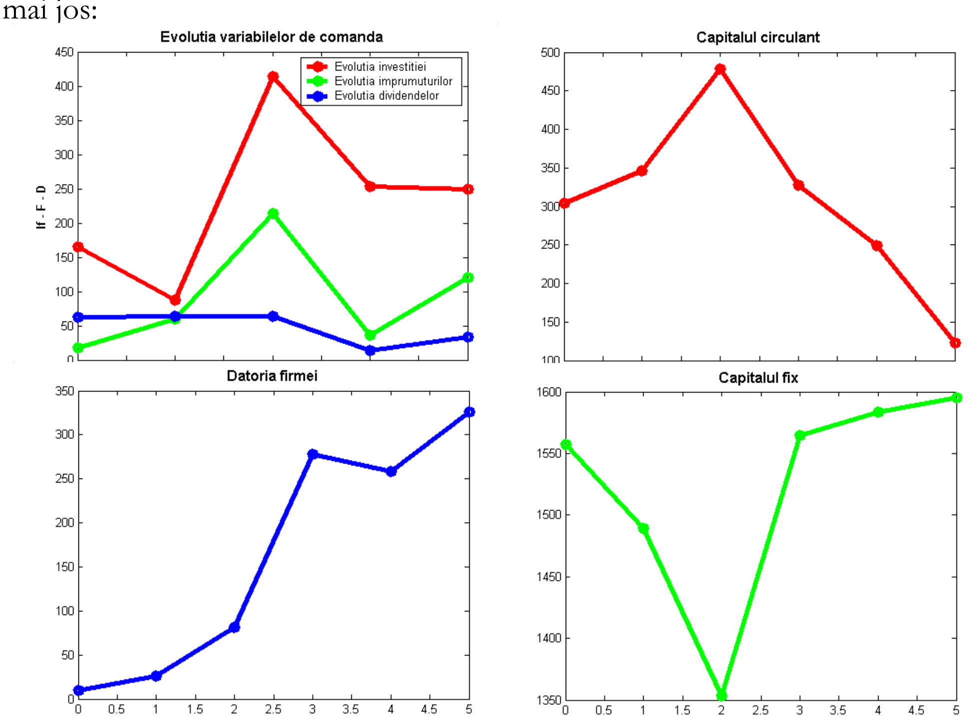
Cea mai bună soluţie găsită prin simulare a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 18690 secunde, evoluţiile variabilelor de stare, variabilelor de comandă şi variabilelor rezultative fiind dată în tabelele de mai jos:

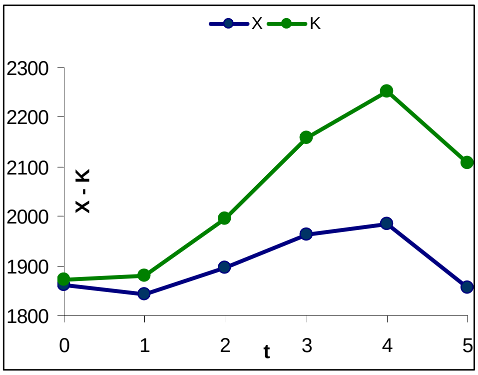
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
K_C	304	429.62	499.68	471.29	251.5	129.59
K_F	1557	1414.06	1397.73	1491.82	1734.12	1725.75
Y	10	37.62	97.82	196.06	266.72	251.35

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
I_F	90.61	195.78	303.75	466.07	251.74
F	29.62	67.731	117.8	109.87	37.98
D	53.98	53.64	60.36	45.68	34

Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 355.176 milioane lei, valoare care este foarte aproape de valoarea de 360 prognozată mai sus ca fiind foarte aproape de cea mai bună valoare posibilă astfel încât putem considera că traiectoria corespunzătoare acestei valori este foarte probabil cea care trebuie urmată de firmă pentru a-şi maximiza profiturile.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:



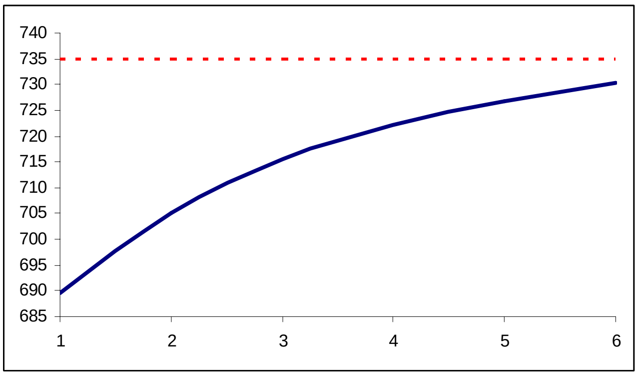


4.2 Comparaţii cu celelalte modele

Au fost de asemenea efectuate, ca şi în cazul concurenţei perfecte, simulări pentru modelul van Hilten şi pentru modelul Ludwig.
Rezultatul simulării în cazul *van Hilten* a fost:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	689.6	0.2266
100×100	705	1.3687
10×1000	715.58	13.7313
10×10000	722.06	144.52
10×100000	726.65	1354.35
10×1000000	730.21	13024.3

Evoluţia mediei celor mai bune valori în funcţie de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, aceasta putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 735.

Cea mai bună soluţie prin simulare găsită în cazul modelului *van Hilten* a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 13022 secunde, evoluţiile variabilelor de stare, variabilelor de comandă şi variabilelor rezultative fiind date în tabelele de mai jos:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
K	1871	2200.16	2811.22	3341	3652.35	4102.95
X	1861	2166.50	2557.78	2979.93	3478.06	4099.7

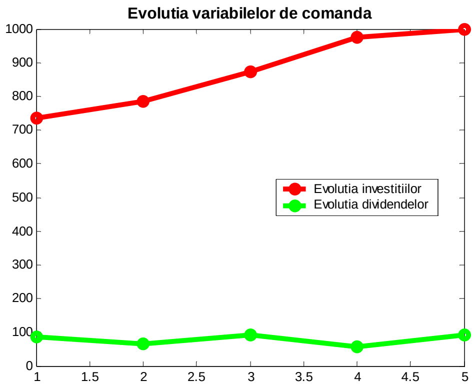
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
I	609.81	941.08	951.46	812.51	998.44
D	92.2	68.08	90.40	89.69	97.96

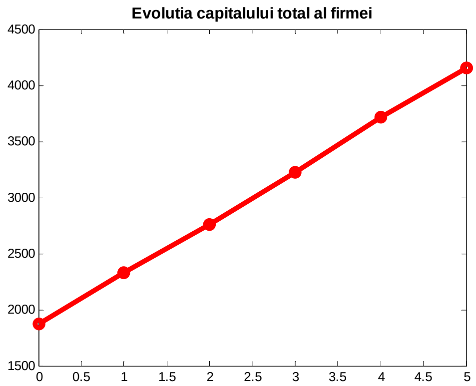
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Y	10	33.66	253.44	361.07	174.29	3.25

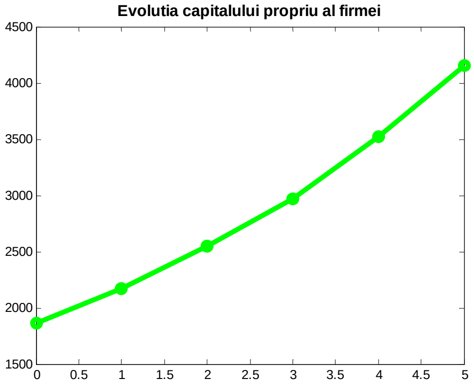
Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 731.1 milioane lei, foarte apropiată de maximul sesizat mai sus, valoare care este mult mai mare decât valoarea de 349 obţinută prin modelul propus.

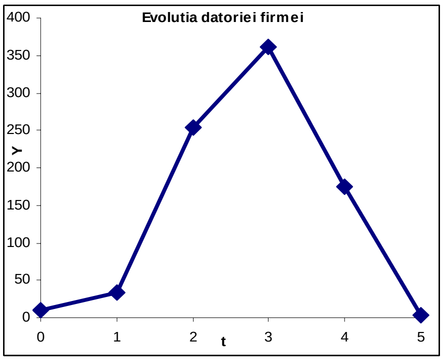
Acest fapt este datorat în primul rând faptului că în modelul van Hilten există mai puţine restricţii decât în modelul propus, capitalul firmei contribuind în aceeaşi măsură la activitatea firmei, indiferent de sursa din care provine. Rezultatul acestei aproximări coroborat cu toate celelalte ipoteze simplificatoare privind parametrii modelului pot duce la un rezultat foarte îndepărtat de situaţia reală.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:





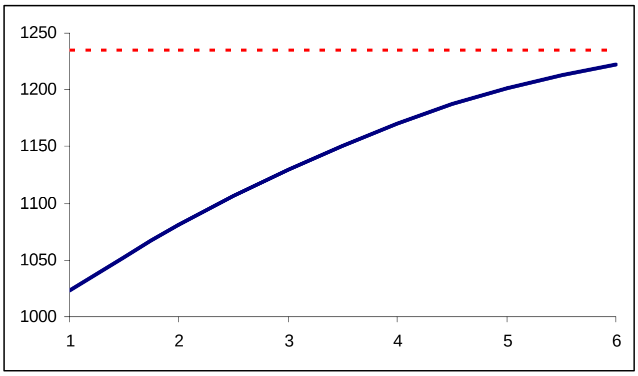




Rezultatul simulării în cazul *Ludwig* a fost:

Nr. simulări	Media celor mai bune valori (mil. lei)	Durata medie a simulării (secunde)
1000×10	1023.6	0.1438
100×100	1081.45	1.089
10×1000	1129.92	10.8219
10×10000	1170.54	108.6688
10×100000	1201.03	1083.9765
10×1000000	1222.08	10820.31

Evoluţia mediei celor mai bune valori în funcţie de numărul de simulări făcute (valorile din coloana a doua din tabelul de mai sus) este reprezentată în tabelul de mai jos:



unde pe abcisă este trecut ordinul de mărime al numărului de simulări făcute

Din acest grafic se observă că valorile traiectoriilor se îndreaptă asimptotic spre o valoare maximă posibilă, această putând fi considerată ca fiind în jurul valorii 1235.

În cazul modelului *Ludwig* cea mai bună soluţie găsită prin simulare a rezultat în urma unei serii de 1 milion de simulări care a necesitat 10821 secunde, evoluţiile variabilelor de stare, variabilelor de comandă şi variabilelor rezultative fiind date în tabelele de mai jos:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
X	1861	1699.72	1577	1510.66	1558.26	1619.17
Y	10	58.12	395.98	735.19	1135.85	1526.1

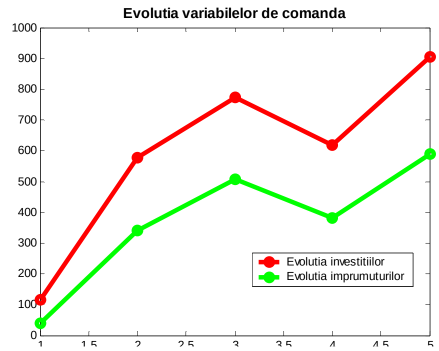
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
I	167.5	478.8	568.83	785.14	855.28
F	49.62	346.58	398.61	510.93	560.63

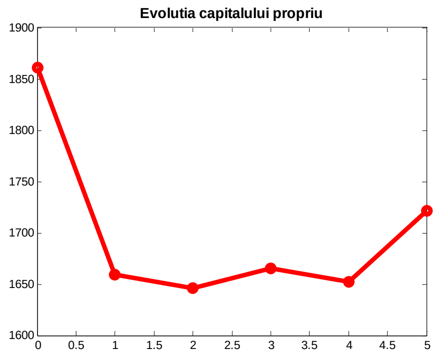
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
K	1871	1757.84	1972.98	2245.85	2694.11	3145.27

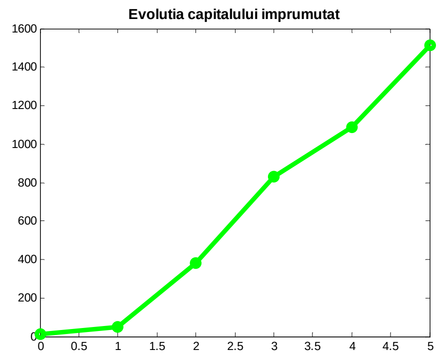
Pentru această traiectorie valoarea actualizată a firmei este de 1224.08 milioane lei, foarte apropiată de maximul sesizat mai sus, valoare care este mult mai mare decât valoarea de 355 obţinută prin modelul propus sau cea de 735 din modelul van Hill.

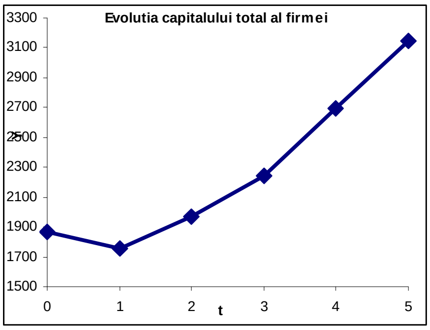
Interesant la modelul Ludwig este că este singurul model la care optimul în condiţii de concurenţă imperfectă este mai mic decât cel în condiţii de concurenţă perfectă. Acest fapt are ca motiv forma funcţiei preţ şi valorilor exagerat de mari ale indicatorilor pentru acest model.

Reprezentarea traiectoriilor indicatorilor firmei este dată în figura de mai jos:









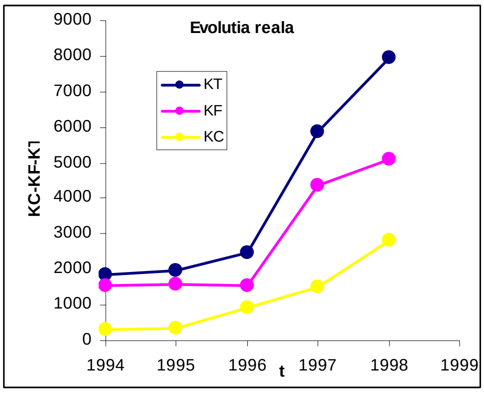
5) Concluzii

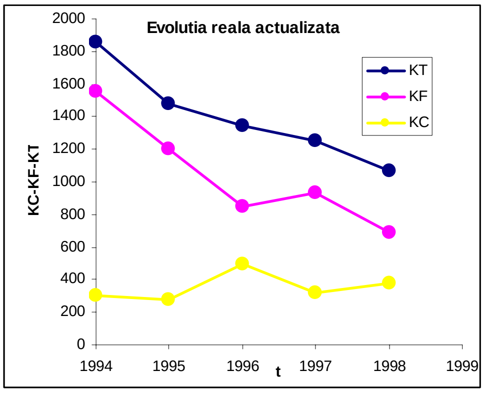
Pentru a putea compara modelele este necesar să vedem şi evoluţia reală a indicatorilor firmei. Pentru aceasta, am reprezentat în figura de mai jos evoluţiile capitalului total KT, capitalului fix KF şi capitalului circulant KC al firmei pe perioada analizată (1994 – 1998).

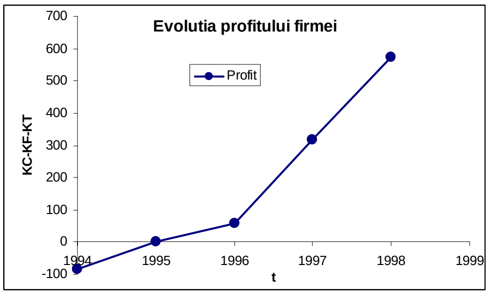
Se observă că aceştia au o evoluţie oscilantă şi singurul model care a surprins acest fapt este doar modelul propus de autor, chiar dacă valorile concrete ale indicatorilor nu sunt exact cele reale.

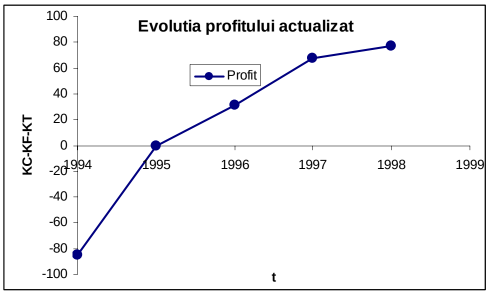
De asemenea, se observă că evoluţiile indicatorilor în valori actualizate la nivelul anului 1994 sunt de fapt descrescătoare, fapt ce arată că într-adevăr firma a dus o politică de supravieţuire, în condiţiile unei scăderi rapide ale capitalului fix.

De asemenea, se observă procesul de restructurare al activităţii firmei prin modificarea continuă a raportului capital fix / capital circulant în favoarea celui circulant, exact ca şi în modelul autorului, fapt care nu poate fi evidenţiat şi de celelalte modele, care nu diferenţiază capitalul propriu al firmei.









În ceea ce priveşte evoluţia profitului (şi implicit a dividendelor plătite) se observă că au existat şi perioade cu profin negativ (pierdere) sau profit null (cele corespunzătoare anilor cu cea mai mare inflaţie) fapt care nu este acceptat de nici unul din modele.

Acest fapt arată că pentru a surprinde şi mai exact evoluţia indicatorilor trebuie să se lărgească domeniul în care au voie să evolueze indicatorii şi să se renunţe la ipoteza de valoare constantă a parametrilor (cel puţin în cazul unei economii în tranziţie).