PROGRAMARE LINIARĂ

Problema 1. Într-un atelier se produc trei bunuri folosindu-se două maşini. Se cunoaşte numărul de ore cât poate funcţiona fiecare maşină, duratele de prelucrare ale fiecărui bun pe fiecare maşină şi profitul unitar al fiecărui bun, acestea fiind trecute în tabelul alăturat. Să se afle:

Maşini \ Bunuri	B_1	B_2	B_3	Timp disponibil
M_1	2	1	3	4800 ore
M_2	4	4	2	3600 ore
Profit unitar	1	2	3	

a) Câte unităţi din fiecare bun trebuie produse pentru a se obţine profitul maxim (pentru rezolvare se poate folosi faptul că inversa bazei formate cu coloanele corespunzătoare variabilelor x_3 şi x_2 este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$)

b) Cu cât se poate schimba disponibilul maşinii M_2 astfel încât baza curentă să rămână realizabilă;

c) Care este soluţia optimă dacă $\tilde{c}$ =(3,2,2);

d) Care este soluţia optimă dacă $\tilde{b} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 3000 \end{pmatrix}$;

e) Care este în algoritmul simplex primal criteriul după care se alege variabila care iese din bază şi care este justificarea acestuia?

Problema 2. Societatea comercială SEROM S.A. produce cărămizi refractare pentru industrie. Analizând comenzile pentru luna octombrie, conducerea societăţii a ajuns la concluzia că în această perioadă va apare un surplus de capacitate de producţie şi de resursă umană la fabricile sale din Chitila, Colentina şi Periş.

Din studiile de marketing efectuate anterior, a rezultat că va exista pentru această perioadă o cerere mare pentru cahle de teracotă. Fabricile dispun de materia primă necesară, precum şi de tehnologia corespunzătoare, astfel încât directorul executiv a hotărât să folosească surplusul de capacitate de producţie al utilajelor şi al resursei umane pentru realizarea cahlelor de teracotă. Fiecare fabrică poate realiza trei tipuri de cahle: mari, mijlocii şi mici.

Conducerea societăţii comerciale urmăreşte o încărcare uniformă a fabricilor sale, astfel încât raportul dintre producţia suplimentară şi producţia posibilă să fie acelaşi pentru toate fabricile.

Profitul unitar estimat variind în raport cu dimensiunea cahlelor de teracotă, conducerea societăţii ar dori să ştie ce cantitate din fiecare tip de cahle de teracotă urmează să realizeze fiecare fabrică astfel încât profitul total să fie maxim.

Conducerea societăţii comerciale, pe baza datelor de la serviciul "resurse umane", a stabilit producţia totală de cahle de teracotă care se poate realiza în luna octombrie, precum şi capacitatea de stocare disponibilă la fiecare fabrică, acestea fiind trecute în tabelul 1.

Tabelul 1

Fabrica	Producţia posibilă de cahle (tone)	Capacitatea de stocare (m^3)
Chitila	500	810
Colentina	600	720
Periş	300	315

Vânzările potenţiale, profitul şi volumul pentru fiecare tip de cahle de teracotă sunt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Cahle de teracotă	Vânzări potențiale (tone)	Profitul (unități monetare pe tonă)	Volumul (m^3/tonă)
Mari	600	120	4
Mijlocii	800	100	2,25
Mici	500	90	1,44

Problema 3 Rafinăria Brazi produce pentru comercializare 3 tipuri de benzine: benzină cu cifra octanică 98 (CO98), benzină cu cifra octanică 90 (CO90) şi benzină cu cifra octanică 75 (CO75). Aceste benzine se obțin prin amestecul a 4 componente: benzină de cracare termică (CT), benzină reformată greu (RG), benzină rafinată (RC) şi normal pentan (NC5).

Specialiştii benzinăriei doresc să obțină amestecuri care să respecte specificațiile de calitate şi care, ținând cont de cantitățile disponibile din fiecare componentă, să conducă la realizarea unui profit brut total cât mai mare, în condițiile în care rafinăria are obligații contractuale de livrare a cel puțin 3000 tone de benzină CO75 zilnic, pentru celelalte nefiind prevăzute limite.

În Tabelul 1 sunt prezentate datele privind cantitatea disponibilă şi costul unitar pentru fiecare componentă iar în tabelul 2 sunt date specificațiile de calitate şi prețul unitar pentru fiecare benzină:

Tabelul 1

Componenta	Cantitatea maximă disponibilă (tone/zi)	Costul (unități monetare/tonă)
CT	3000	5
RG	2000	8
RC	4000	6
NC5	1000	7

Tabelul 2

Benzina	Specificația	Prețul de vânzare (unități monetare/tonă)
CO98	≤ 30% CT ≥ 40% RG ≤ 50%RC	8,5
CO90	≤ 50% CT ≥ 10% RG	7
CO75	≤ 70% CT	6

Problema 4 O întreprindere fabrică 4 produse folosind 3 materii prime. Se cunosc disponibilurile (cantitățile de care se poate face rost pe perioada analizată) din fiecare materie primă $\{D_i, i =1,3\}$, coeficienții tehnologici $\{a_{i,j}, i = 1,3, j = 1,4\}$ ($a_{i,j}$ reprezintă cantitatea din materia primă i necesară fabricării unui produs de tipul j), cantitățile maxime $\{b_j, j = 1,4\}$ şi minime $\{a_j, j = 1,4\}$ ce pot fi produse din fiecare sortiment în perioada analizată şi profiturile unitare $\{p_j, j = 1,4\}$ ale fiecărui tip de produs, toate fiind date în tabelul de mai jos:

Produsul / Materia primă	P_1	P_2	P_3	P_4	D_i
M_1	3	2	3	4	60
M_2	5	6	2	7	80
M_3	3	4	7	3	90
a_j	2	2	3	1	
b_j	20	10	25	30	
p_j	3	6	6	5	

Se cere găsirea acelor cantități x_j care trebuie fabricate din fiecare tip de produs astfel încât să se obțină profitul maxim în condițiile nedepăşirii disponibilurilor din fiecare resursă.

Pentru simplificarea modelului, se presupune că prețul unui bun nu depinde de cantitatea produsă din acesta sau din celelalte, consumul din fiecare materie primă este direct proporțional cu cantitatea produsă şi, pentru fiecare bun, consumurile dintr-o resursă sau alta nu se condiționează reciproc.

Problema 5 O unitate poate produce două sortimente A şi B dintr-un produs utilizând trei utilaje U_1, U_2, U_3. În tabelul de mai jos sunt date capacităţile maşinilor în ore precum şi consumul unitar de ore/maşină pentru fiecare sortiment.

Sortimente / Maşini	A	B	Capacitate disponibilă
U_1	0,2	0,8	6
U_2	0,4	1	8
U_3	1	0,4	8

Se doreşte stabilirea structurii sortimentale care asigură producerea numărului total maxim de produse în limita capacităţilor disponibile.

Problema 6 O unitate de creştere a porcilor doreşte obţinerea unui furaj care să asigure necesarurile $\{d_i,\ i = \overline{1,5}\}$ dintr-un număr de 3 substanţe esenţiale organismului(proteine, glucide, lipide etc) având la dispoziţie un număr de 6 "alimente" (grâu, porumb, orz, ovăz, secară, soia etc), cunoscându-se cantităţile $\{a_{ij},\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,6}\}$ din fiecare substanţă pe care le conţine o unitate de măsură din fiecare aliment şi costurile $\{c_j,\ j = \overline{1,6}\}$ ale unei unităţi de măsură din fiecare aliment astfel încât costul furajului să fie minim (evident că în practică trebuie ţinut cont şi de gustul meniului, de cantitatea pe care o poate asimila pe perioada de timp considerată organismul sau de alte aspecte specifice situaţiei concrete sau nesesizabile la prima vedere).

Substanţe nutritive	Alimente						Necesarul din fiecare substanţă
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
S_1	0,1	-	0,3	0,1	-	1	0,08
S_2	-	0,5	0,02	0,3	1	1	0,24
S_3	0,4	0,55	0,06	0,3	-	-	0,23
Cost	240	25	17	60	105	110	

Problema 7 Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 3\cdot x_1 + 2\cdot x_2 + 5\cdot x_3 + 12\cdot x_4$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \le 48 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4 \ge 81 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 \le 60 \end{cases}$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza iniţială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 8 \\ -3 & 13 & -15 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix}$.

se cere:

   - să se găsească soluţia optimă a problemei primale;
   - să se găsească soluţia optimă a problemei duale;
   - să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluţia optimă a problemei dacă se introduce în plus restricţia: $x_1 \le x_3 + 5$

5. Dacă vectorul termenilor liberi depinde de un parametru λ având componentele: b = $\begin{pmatrix} 48+3\lambda \\ 81-\lambda \\ 60+2\lambda \end{pmatrix}$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă

Problema 8. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 2\cdot x_1 + 5\cdot x_2 + 3\cdot x_3 + 9\cdot x_4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \le 30 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \ge 31 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 11x_4 \le 20 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza iniţială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 5 & -6 & 2 \end{pmatrix}$.

se cere:

- să se găsească soluţia optimă a problemei primale;
- să se găsească soluţia optimă a problemei duale;
- să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluţia optimă a problemei dacă se introduce în plus restricţia: $12x_4 + 1 \ge 2x_1$
5. Dacă vectorul termenilor liberi depinde de un parametru λ având componentele: b = $\begin{pmatrix} 30-\lambda \\ 31+2\lambda \\ 20+6\lambda \end{pmatrix}$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă.

Problema 9. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = x_1 + 8\cdot x_2 + 2\cdot x_3 + 10\cdot x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 \le 20 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \ge 15 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 \le 6 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza iniţială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 11 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -13 \end{pmatrix}$.

se cere:

- să se găsească soluţia optimă a problemei primale;
- să se găsească soluţia optimă a problemei duale;
- să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluția optimă a problemei dacă se introduce în plus restricția: $x_1 + 6x_4 \geq x_2$
5. Dacă vectorul termenilor liberi depinde de un parametru λ având componentele: $b = \begin{pmatrix} 20-2\lambda \\ 15-\lambda \\ 6+3\lambda \end{pmatrix}$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă.

Problema 10. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 60 \cdot x_1 + 96 \cdot x_2 + 100 \cdot x_3 + 63 \cdot x_4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 29 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 \geq 21 \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 8x_4 \leq 70 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza inițială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 31 & -8 \\ 1 & -8 & 2 \\ 1 & -11 & 3 \end{pmatrix}$.

se cere:
   - să se găsească soluția optimă a problemei primale;
   - să se găsească soluția optimă a problemei duale;
   - să se verifice teorema ecarturilor complementare.
4. Să se găsească soluția optimă a problemei dacă se introduce în plus restricția: $x_4 \geq x_2 + 1$
5. Dacă vectorul termenilor liberi depinde de un parametru λ având componentele: $b = \begin{pmatrix} 29+\lambda \\ 21-2\lambda \\ 70-\lambda \end{pmatrix}$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă.

Problema 11. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 15 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 31 \cdot x_3 + 20 \cdot x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 12 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \geq 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 33 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza inițială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -16 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -1 \\ 7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

se cere:
   - să se găsească soluția optimă a problemei primale;
   - să se găsească soluția optimă a problemei duale;
   - să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluția optimă a problemei dacă se introduce în plus restricția: $x_4 \geq 1$
5. Dacă vectorul coeficienților funcției obiectiv depinde de un parametru λ având componentele: $c^T = (15 - 2\lambda, 9 - \lambda, 31 - 2\lambda, 20 + \lambda)$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 și x_3 este optimă.

Problema 12. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 80 \cdot x_1 + 28 \cdot x_2 + 55 \cdot x_3 + 100 \cdot x_4$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 192 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 176 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 101 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza inițială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 și x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 și x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & -6 \end{pmatrix}$.

se cere:

   - să se găsească soluția optimă a problemei primale;
   - să se găsească soluția optimă a problemei duale;
   - să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluția optimă a problemei dacă se introduce în plus restricția: $x_1 \leq 2$
5. Dacă vectorul coeficienților funcției obiectiv depinde de un parametru λ având componentele: $c^T = (80 + \lambda, 28 - 2\lambda, 55 + \lambda, 100 + 2\lambda)$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 și x_3 este optimă.

Problema 13. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 12 \cdot x_1 + 23 \cdot x_2 + x_3 + 15 \cdot x_4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 48 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 40 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 35 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza inițială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 și x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 și x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

se cere:

   - să se găsească soluția optimă a problemei primale;
   - să se găsească soluția optimă a problemei duale;
   - să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluția optimă a problemei dacă se introduce în plus restricția: $x_4 \geq x_1$

5. Dacă vectorul coeficienţilor funcţiei obiectiv depinde de un parametru λ având componentele: $c^T = (12 - \lambda, 23 - 3\lambda, 1 + 4\lambda, 15 + 3\lambda)$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă.

Problema 14. Se dă problema de programare liniară:

$$(\max) f = 40 \cdot x_1 + 24 \cdot x_2 + 22 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 \le 45 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \ge 56 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \le 24 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

1. Să se aducă problema la forma standard;
2. Să se scrie duala problemei;
3. Cunoscându-se că:
   - baza iniţială $B_0 = I_3$ corespunde variabilelor x_5, x_8 şi x_7;
   - baza optimă B corespunde variabilelor x_1, x_2 şi x_3;
   - inversa bazei optime este $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 9 \\ 2 & 4 & -13 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

se cere:

- să se găsească soluţia optimă a problemei primale;
- să se găsească soluţia optimă a problemei duale;
- să se verifice teorema ecarturilor complementare.

4. Să se găsească soluţia optimă a problemei dacă se introduce în plus restricţia: $3x_4 \ge x_2 + 1$
5. Dacă vectorul coeficienţilor funcţiei obiectiv depinde de un parametru λ având componentele: $c^T = (40 - 3\lambda, 24 - 2\lambda, 22 - \lambda, 3 + 6\lambda)$ să se găsească acei λ pentru care baza corespunzătoare variabilelor x_1, x_2 şi x_3 este optimă.

Problema 15 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 6x + 4y + 12z$$

$$\begin{cases} 4y + 12z - 13x \le 24 \\ 2x - 5y + 4z \le 8 \\ 3x + 2y + 6z \le 50 \\ 6x + 4y - 7z \le 24 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 16 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \le 4 \\ y + z \ge 3 \\ x + y + z \ge 7 \\ y + 2z \le 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 17 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \leq 4 \\ 2x + y + 5z \geq 14 \\ x - 5y - 3z \geq -15 \\ x + 6y - 3z \geq 7 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 18 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - 2z + 4y$$

$$\begin{cases} 10x + 7y - z \geq 36 \\ x + y \leq 5 \\ x + y - z \leq 3 \\ 2x + 5y - 2z \geq 19 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 19 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = x - 3y + 2z$$

$$\begin{cases} 2x + y + 5z \geq 26 \\ -x + 5y + 3z \geq 15 \\ -3x + 4y + 9z \leq 23 \\ 4x + 2y - z \leq 17 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 20 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y + z \geq 3 \\ y + 2z \leq 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 21 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\min) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y + z \geq 3 \\ y + 2z \leq 5 \\ x + y + z \geq 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 22 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 2x + y + 5z \geq 14 \\ x - 5y - 3z \geq -15 \\ x + 6y - 3z \geq 7 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Problema 23 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(min) $f = z - y - 4x$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \le 17 \\ 2x + y + 5z \ge 14 \\ x - 5y - 3z \ge -15 \\ x + 6y - 3z \ge 7 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 24 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(max) $f = 3x - 2z + 4y$

$$\begin{cases} 10x + 7y - z \ge 36 \\ x + y \le 5 \\ x + y - z \le 3 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 25 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(min) $f = 3x - 2z + 4y$

$$\begin{cases} 10x + 7y - z \ge 36 \\ x + y \le 5 \\ x + y - z \le 3 \\ 2x + 5y - 2z \ge 9 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 26 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(max) $f = x - 3y + 2z$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \le 17 \\ -x + 5y + 3z \ge 15 \\ -3x + 4y + 9z \le 23 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 27 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(min) $f = x - 3y + 2z$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \le 17 \\ -x + 5y + 3z \ge 15 \\ -3x + 4y + 9z \le 23 \\ 2x + y + 5z \ge 14 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 28 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

(max) $f = 3x - y + 2z$

$$\begin{cases} y + z \ge 3 \\ x + y + z \ge 5 \\ y + 2z \le 5 \end{cases}$$

$x, y, z \ge 0$

Problema 29 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \le 4 \\ y + z \ge 3 \\ y + z + z \ge 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 30 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \le 17 \\ x + y + z \ge 5 \\ x + 6y - 3z \ge 7 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 31 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - 2z + 4y$$

$$\begin{cases} 10x + 7y - z \ge 36 \\ 2x + 5y - 2z \ge 9 \\ x + y - z \le 3 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 32 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = x - 3y + 2z$$

$$\begin{cases} 2x + y + 5z \ge 14 \\ -x + 5y + 3z \ge 15 \\ -3x + 4y + 9z \le 23 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 33 Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = x - 3y + 2z$$

$$\begin{cases} 2x + y + 5z \ge 14 \\ -x + 5y + 3z \ge 15 \\ 4x + 2y - z \le 17 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

Problema 34.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \le 4 \\ y + z \ge 3 \\ y + 2z \le 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $x + y + z \le 5$

c) Să se rezolve problema dacă variabila y ar avea în restricții coeficienții $(2,3,-1)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = x + y + z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (8,4,9)^T$

Problema 35.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - y + 2z$$

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x + y + z \geq 5 \\ y + 2z \leq 5 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $y + z \geq 3$

c) Să se rezolve problema dacă variabila y ar avea în restricții coeficienții $(-3,0,-2)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = x + 2y + z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (8,1,12)^T$

Problema 36.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \leq 17 \\ 2x + y + 5z \geq 14 \\ x - 5y - 3z \geq -15 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $x + 6y - 3z \geq 7$

c) Să se rezolve problema dacă variabila z ar avea în restricții coeficienții $(2,-1,-3)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = 2x + 3y - z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (8,2,1)^T$

Problema 37.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \leq 17 \\ x - 5y - 3z \geq -15 \\ x + 6y - 3z \geq 7 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $2x + y + 5z \geq 14$

c) Să se rezolve problema dacă variabila y ar avea în restricții coeficienții $(-1,2,1)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = 2x + 2y + z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (8,0,1)^T$

Problema 38.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = z - y - 4x$$

$$\begin{cases} 2x + y + 5z \geq 14 \\ x - 5y - 3z \geq -15 \\ x + 6y - 3z \geq 7 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $4x + 2y - z \geq 17$

c) Să se rezolve problema dacă variabila x ar avea în restricții coeficienții $(3,3,4)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = -2x + 2y - z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (3,2,10)^T$

Problema 39.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - 2y + 4z$$

$$\begin{cases} 2x + 5y - 2z \geq 9 \\ x + y \leq 5 \\ x + y - z \leq 3 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $10x + 7y - z \geq 36$

c) Să se rezolve problema dacă variabila y ar avea în restricții coeficienții $(2,1,-1)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = -x + 3y + z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (3,10,7)^T$

Problema 40.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - 2z + 4y$$

$$\begin{cases} 2x + 5y - 2z \geq 9 \\ x + y \leq 5 \\ 10x + 7y - z \geq 36 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $x + y - z \leq 3$

c) Să se rezolve problema dacă variabila x ar avea în restricții coeficienții $(-1,1,5)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = 3x + 4y + 2z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (3,10,2)^T$

Problema 41.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = 3x - 2z + 4y$$

$$\begin{cases} 10x + 7y - z \geq 36 \\ x + y \leq 5 \\ x + y - z \leq 3 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $2x + 5y - 2z \leq 9$

c) Să se rezolve problema dacă variabila z ar avea în restricții coeficienții $(3,1,-2)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = -x + 2y + 4z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (6,20,20)^T$

Problema 42.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = x - 3y + 2z$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \leq 17 \\ -x + 5y + 3z \geq 15 \\ -3x + 4y + 9z \leq 23 \end{cases}$$

$$x, y, z \geq 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricția: $2x + y + 5z \leq 14$

c) Să se rezolve problema dacă variabila y ar avea în restricții coeficienții $(3,2,1)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcția obiectiv ar fi $f = 2x + 4y - z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (24,30,18)^T$

Problema 43.

a) Să se rezolve următoarea problemă de programare liniară:

$$(\max) f = x - 3y + 2z$$

$$\begin{cases} 4x + 2y - z \le 17 \\ 2x + y + 5z \ge 14 \\ -3x + 4y + 9z \le 23 \end{cases}$$

$$x, y, z \ge 0$$

b) Să se rezolve problema dacă se introduce în plus restricţia: $-x + 5y + 3z \ge 15$

c) Să se rezolve problema dacă variabila x ar avea în restricţii coeficienţii $(1,4,3)^T$.

d) Să se rezolve problema dacă funcţia obiectiv ar fi $f = x + 2y + z$.

e) Să se rezolve problema dacă termenii liberi ar fi $b = (12,28,24)^T$

Problema 44. Se dă problema de transport cu cost minim din tabelul alăturat. Să se arate că soluţia optimă este: $x_{14} = 18$, $x_{22} = 12$, $x_{23} = 3$, $x_{24} = 7$, $x_{31} = 15$, $x_{33} = 5$ justificând răspunsul.

	D_1	D_2	D_3	D_4	Disponibil
F_1	3	5	9	2	18
F_2	8	4	5	4	22
F_3	1	6	2	7	20
Necesar	15	12	8	25	

Problema 45. Trei întreprinderi producătoare de maşini agricole aprovizionează cinci complexe agricole. În tabelul alăturat au fost trecute: volumul producţiei pentru fiecare întreprindere, necesarul fiecărui complex agricol şi distanţele (în zeci de kilometri) dintre întreprinderile producătoare şi complexele agricole. Considerând costul transportului proporţional cu distanţa parcursă să se organizeze aprovizionarea în aşa fel încât cheltuielile de transport să fie minime.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Disponibil
I_1	4	8	9	8	2	200
I_2	8	4	5	3	4	500
I_3	2	3	2	5	7	300
Necesar	150	50	100	400	300	

Problema 46. O întreprindere de construcţii-montaj are în subordine 5 şantiere pentru care aprovizionarea cu ciment se face de la 3 depozite. Disponibilul de ciment al depozitelor este de 680 tone şi este prevăzut să acopere şi necesarul altor şantiere ce se vor deschide în viitor. În tabelul alăturat au fost trecute disponibilităţile de ciment ale depozitelor, necesarurile şantierelor şi costurile unitare ale transportului pe fiecare din rutele care leagă depozitele de şantiere.

	$Ş_1$	$Ş_2$	$Ş_3$	$Ş_4$	$Ş_5$	Disponibil
D_1	14	8	11	6	12	210
D_2	6	18	15	10	2	200
D_3	12	10	5	11	6	270
Necesar	150	180	50	120	80	

a. Să se determine planul optim de transport şi să se stabilească unde trebuie să se păstreze rezerva de 100 tone de ciment;
b. Presupunând că depozitul D_2 nu mai funcţionează, să se determine planul optim de transport şi să se determine cum se va repartiza deficitul de ciment

Problema 47. Fie problema de transport corespunzătoare datelor din tabelul alăturat.

a. Să se găsească o soluţie optimă prin fiecare din metodele cunoscute;
b. Să se găsească soluţia optimă plecând de la fiecare din soluţiile iniţiale. Care este cea mai economică din punct de vedere al timpului necesar pentru rezolvare?

	C_1	C_2	C_3	C_4	Disponibil
F_1	12	10	8	11	1000
F_2	9	11	11	13	2000
F_3	10	14	13	9	2400
Necesar	400	800	1200	1600	

Problema 48. Fie problema de transport corespunzătoare datelor din tabelul alăturat.

a. Să se stabilească dacă problema admite soluții degenerate. În caz afirmativ găsiți una;
b. Să se găsească o soluție optimă prin fiecare din metodele cunoscute;
c. Să se găsească soluția optimă plecând de la fiecare din soluțiile inițiale. Care este cea mai economică din punct de vedere al timpului necesar pentru rezolvare?

	C_1	C_2	Disponibil
D_1	5	1	100
D_2	3	2	150
D_3	1	7	70
Necesar	120	110	

Problema 49. Fie problema de transport corespunzătoare datelor din tabelul alăturat.

a. Stabiliți dacă problema este echilibrată;
b. Verificați dacă problema are soluții degenerate.
c. Să se găsească o soluție optimă prin fiecare din metodele cunoscute;
d. Să se găsească soluția optimă plecând de la fiecare din soluțiile inițiale. Care este cea mai economică din punct de vedere al timpului necesar pentru rezolvare?

	C_1	C_2	C_3	C_4	Disponibil
F_1	3	3	1	4	15
F_2	3	4	3	6	17
F_3	4	3	6	2	18
Necesar	10	12	9	19	

Problema 50. Stația pilot a societății comerciale ROMCERAM S.A. a realizat și testat 5 modele noi de pardoseală ceramică. Din cercetările do marketing pentru aceste produse, rezultă că ele se bucură de succes pe piață. Conducerea societății a decis realizarea modelelor noi de pardoseală în fabricile proprii din București, Chitila și Periș, care dispun de materiile prime, utilajele și tehnologiile corespunzătoare, cu excepția fabricii de la Periș care nu poate realiza modelul 5.

Pentru luna mai societatea a stabilit costurile de producție (unități monetare pe m^3 de pardoseală), capacitățile de producție (mii m^3) și vânzările potențiale (mii m^3) pentru fiecare model. acestea fiind date în tabelul alăturat.

Fabrica	Modelul de pardoseală					Capacitate de producție (mii m^3)
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	
București	20	19	14	21	16	40
Chitila	15	20	13	19	16	60
Periș	18	15	18	20	-	90
Vânzări potențiale (mii m^3)	30	40	70	40	60	

Efortul de producție necesar pentru 1000 m^3 din fiecare produs este diferențiat din cauza utilajelor și a tehnologiilor specifice fiecărei fabrici, de aceea conducerea societății ar dori să cunoască ce cantități din fiecare produs ar trebui să realizeze fiecare fabrică astfel încât costurile totale de producție să fie minime.